4°
Math. P.
411
b

B. b 1/2.
Schub.
F 1/2
Schub.
4°
Inv: N° 835.
4° Math. P. 411 b

Mathem.

Anleitung

zu der

astronomischen Bestimmung

der

Länge und Breite,

zum Gebrauche

der Herren Offiziere vom General-Stabe,

auf Befehl

Sr. Kaiserl. Majestät

entworfen

von

Friedrich Theodor Schubert.

Dritte vermehrte Ausgabe.

St. Petersburg, 1818.

Gedruckt bey der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften.

Ga/68/1657

7 15t Maij 1823.

K. B. ARMEE-BIBLIOTHEK

Bayerische Staatsbibliothek München

Wehrkreisbücherei VII München

Altbestand 39080

Vorrede

zur dritten Ausgabe.

Als Sr. Kayserliche Majestät mir den Allergnädigsten Auftrag gegeben hatten, einige der Herren Offiziere vom General-Stabe mit den nöthigsten astronomischen Kenntnissen und Beobachtungen bekannt zu machen, die sie in den Stand setzen könnten, die vornehmsten Punkte einer Provinz bey ihren Messungen astronomisch zu bestimmen: so wünschte ich, nach geendigtem mündlichen Unterricht, zur Erleichterung des Gedächtnisses, ihnen einen kurzen Abriß der wichtigsten Lehrsätze, Rechnungen und Beobachtungen, nebst einer Sammlung aller zu diesen Rechnungen erfoderlichen Tafeln, zu übergeben. Sr. Kayserliche Majestät hatten die Gnade, diesen Vorschlag Ihrer Allerhöchsten Genehmigung zu würdigen, und mir den Befehl zu ertheilen, dieses Handbuch auf Allerhöchst Dero Kosten drucken zu lassen. Diesem Zwecke gemäß bemühete ich mich, dasselbe so kurz wie möglich ab zu fassen, nichts unnöthiges ein zu mischen, aber auch nichts wesentliches weg zu lassen, wobey ich immer auf den mündlichen Vortrag Rücksicht nahm. Da aber dieses kleine Werk, so bald es im Publikum erschien, mehr Beyfall erhielt, als ich mir versprechen konnte, da besonders viele Offiziers so wol von der Armee als von der Flotte, die der deutschen Sprache nicht mächtig sind, dieses Werk zu besitzen wünschten, und mich baten, es in das Russische übersetzen zu lassen; da endlich in kurzer Zeit zwey Russische Uebersetzungen von diesem Handbuch erschienen, und dasselbe in den Buchhandel brachten, obgleich es nur für meine Zuhörer von Nutzen seyn konnte: so entschloß ich mich, das ganze Werk um zu arbeiten, um es auch für solche Leser brauchbar zn machen, die meinem mündlichen Unterricht bey zu wohnen nicht Gelegenheit haben. So entstand die zweyte sehr vermehrte Ausgabe dieses kleinen Werks.

Nachdem diese zweyte Ausgabe vergriffen war, so würdigte Sr. Erlaucht, der Fürst Wolkonsky, der mit unermüdeter Thätigkeit und seltenen Einsichten, und daher auch mit dem glücklichsten Erfolge, alle Mittel anwendet, die dazu beytragen können, den Ihm untergeordneten General-Stab der Armeen Sr. Kayserlichen Majestät, zu immer größerer Vollkommenheit zu bringen, auch dieses Werkchen Seiner Aufmerksamkeit, und foderte mich auf, von demselben eine neue Ausgabe, mit solchen Aendrungen als ich nöthig finden würde, zu ver-

anstalten. Dieser ehrenvolle Auftrag machte es mir zur Pflicht, allen Fleiß darauf zu wenden, diesem Werk die gröste Vollkommenheit zu geben, welche die beschränkten Gränzen desselben, und meine vielleicht noch beschränkteren Fähigkeiten gestatten. Der mündliche Unterricht, den ich seit einer Reyhe von Jahren nach diesem Handbuch ertheilt hatte, war für mich eine Erfahrung die mich belehrte, welche Stellen meinen Zuhörern die gröste Schwierigkeit machten, und daher mehr Deutlichkeit erfoderten, auf welche Art manche Methoden und Formeln leichter und geschmeidiger eingerichtet werden könnten, und wie die Schwierigkeiten die beym Gebrauch der Tafeln sich darboten, und die besonders aus ihrer Einrichtung mit doppelten Argumenten (à double entrée) entstanden, zu heben wären. Ich arbeitete also jede Stelle dieses Werks ganz um, und machte allerwärts Zusätze, wo die Erfahrung mir die Nothwendigkeit gezeigt hatte. Alle diesem Werk angehängten Tafeln habe ich von neuem berechnet, theils um sie zum Gebrauch beqvemer ein zu richten, theils um ihnen eine größere Genauigkeit zu geben, theils um sie auf eine Folge mehrerer Jahre aus zu dehnen: eine Arbeit die nur diejenigen zu schätzen wissen, die mit solchen Rechnungen vertraut sind. Man wird daher in dieser neuen Ausgabe keine Tafel à double entrée finden, dagegen aber eine Menge neuer Tafeln, besonders die scheinbare, oder durch Präzession, Nutation, und Aberration verbesserte Rektaszension und Deklination der vornehmsten Sterne bis zum Jahr 1828 mit der grösten Genauigkeit berechnet.

Diese dritte sehr vermehrte Ausgabe übergebe ich nun dem Publikum ohne Furcht, weil ich von ihrer zweckmäßigen Einrichtung durch eine vieljährige Erfahrung überzeugt bin. Ich gestehe, daß ich nie eine Arbeit mit größerem Vergnügen unternommen habe, als diese, wegen des daraus zu erwartenden Nutzens; und ich fühle mich vollkommen für meine Mühe belohnt, durch die Huld, womit Sr. Kayserliche Majestät dieselbe auf zu nehmen geruhet haben, und durch das Bewußtseyn, nach meinen geringen Kräften, zu der Beförderung eines für die Geographie des großen Russischen Reichs so wichtigen Gegenstands, und zu der Erfüllung der auf das allgemeine Beste gerichteten, und von der höchsten Klugheit geleiteten, Absichten des Erlauchten und einsichtsvollen Chefs vom General-Stabe Sr. Kayserlichen Majestät, etwas beygetragen zu haben.

St. Petersburg,
im November 1818.

F. T. Schubert.

Bayerische Staatsbibliothek München

Einleitung.

§. 1. Die geographische Lage eines Ortes läſt sich nicht bestimmen, ohne die Zeit zu kennen, die es an dem Orte war, als eine Beobachtung gemacht ward. Es giebt freylich Mittel, diese Zeit durch astronomische Beobachtungen zu finden; da aber auf diese Art mehrere Beobachtungen zugleich gemacht werden müſten, da also zu jeder Beobachtung wenigstens zwey Beobachter, und zu jeder Zeit-Bestimmung eine weitläuftige Rechnung erfodert würde, so sind die Uhren eine der nützlichsten Erfindungen in der Astronomie, da sie uns viele mühsame Beobachtungen und Rechnungen ersparen. Damit aber die von der Uhr angezeigte Zeit den Beobachter nicht zu Irrthümern verleite, so muß es seine vornehmste Sorge seyn, den Gang seiner Uhr mit allen ihren Fehlern auf das genaueste kennen zu lernen. Diese Untersuchung der Uhr erfodert zwar auch astronomische Beobachtungen; allein diese dürfen nicht mit der Haupt-Beobachtung zugleich, sondern können alsdenn angestellt werden, wenn keine andre Beobachtungen zu machen sind. Das zweyte Kapitel dieser Anleitung erklärt die Beobachtungen und Rechnungen, die zur Berichtigung der Uhr nöthig sind. §. 1. Nothwendigkeit guter Uhren.

§. 2. Mit einer so berichtigten Uhr und dem Spiegel-Sextanten, dessen Gebrauch das erste Kapitel lehrt, ist der Astronom im Stande, die geographische Lage seines Orts auf unzählige Arten zu bestimmen; und mehrentheils können dieselben Beobachtungen dazu dienen, die zur Berichtigung der Uhr angestellt sind. Die Lage eines Orts auf der Erdkugel wird durch seine geographische Länge und Breite bestimmt; man muß daher vor allen Dingen einen deutlichen Begriff von Länge und Breite haben. §. 2. Axe und Pole.

Der Himmel, an dem die Sonne und die Sterne ihren täglichen Lauf verrichten, scheint uns wie eine Kugelfläche zu umgeben, in deren Mittelpunkt wir uns befinden. Diese hohle Kugel, die Sphäre, wird durch die Erd- oder Meeres-Fläche in einem Kreise, den man den Horizont nennt, geschnitten, und in zwey Halbkugeln getheilt, wovon wir nur die eine sehen können, die über dem Horizont ist. Alle sichtbaren Weltkörper beschreiben täglich an der Sphäre Kreise, die zwar gegen den Horizont eine schiefe Lage haben, welche sich mit der Polhöhe des Ortes ändert, die aber unter einander parallel sind, folglich eine gemeinschaftliche Axe haben, um welche sich die Sphäre mit allen Sternen täglich einmal umdreht. Die beyden Punkte, worin die Axe die Sphäre schneidet, und wovon einer über, der andre unter dem Horizont liegt, heißen die Pole: der in unserm Klima sichtbare heist der Nord-Pol, der entgegengesetzte der Süd-Pol. Diese Punkte sind die einzigen, die immer in Ruhe bleiben. Die täglichen Umlaufs-Kreise der Sterne sind desto kleiner, je näher sie dem Pole liegen: die dem Pole nahen Sterne gehn daher gar nicht unter. Alle andern Sterne gehen in Osten auf, erheben sich immer höher über den Horizont, bis sie in Süden ihre gröste Höhe erreichen, und in Westen wider unter den Horizont herab sinken.

§. 3. Horizont, Zenith, Aequator, Meridian, Länge.

§. 3. Alles dies wird durch die 1. Figur deutlich werden, welche die ganze äußere Oberfläche der hohlen Himmels-Sphäre darstellt, in deren Mittelpunkt C man sich den Beobachter vorstellen muß. Zu mehrerer Deutlichkeit sind alle Linien im Innern dieser Kugel, wie PC, ZC, HCR, durch Punkte bezeichnet; alle auf der hintern vom Auge des Lesers abgewandten Oberfläche der Kugel, wie die Halbkreise HWR, AWQ, durch gebrochene Linien, und die auf der vordern Oberfläche der Kugel, wie AOQ, durch ganze Linien. Es sey nun HZPRQOAW die Sphäre; C ihr Mittelpunkt, der zugleich einen Ort der Erde vorstellt, dessen Horizont HORW ist, P der Nord-Pol, also PC die Axe, die auf allen Parallelen, EGF, MSL, ABQ, senkrecht steht. Auf dem Horizont steht die Vertikal-Linie CZ senkrecht, welche die Sphäre im Zenith Z trifft. Unter allen Parallelen ist derjenige AOQ der gröste, der von beyden Polen, P, p, gleich entfernt ist, so daß PMA, PSB, PRQ, Bogen von 90° sind: er geht, wie jeder gröste Kreis einer Kugel, durch den Mittelpunkt, und heißt der Aequator. Der Kreis PZAHpQRP, der durch die Pole und das Zenith eines Orts geht, heißt der Meridian dieses Orts, und aller Oerter deren Zenith in diesem Kreise liegt: eben so ist PSB der Meridian der Oerter der Erde, deren Zenith in S und B liegt. Alle Meridiane schneiden sich in den Polen, und der Winkel ZPS, den die Meridiane zweyer Oerter mit einander machen, oder der ihm gleiche Bogen des Aequators AB, wird der Unterschied ihrer Meridiane oder ihrer Länge genannt; und man sagt, der Ort S liegt um so viele Grade, als ZPS oder AB enthält, von Z nach Osten, oder ZPS ist die östliche Länge des Orts S vom Meridian des Orts Z, oder die westliche Länge des Orts Z vom Meridian PS. Man sieht hieraus, daß es gleichgültig ist, von welchem bekannten Meridian man die Länge der Oerter zählt. Auf den Karten nimt man gewöhnlich für den ersten Meridian, von dem alle Längen nach Osten oder Westen gezählt werden, denjenigen an, der durch Ferro, die westlichste der Kanarischen Inseln geht, und um 20° westlicher als die Pariser Sternwarte liegt. Es sey PK dieser Meridian, und T das Zenith von Paris, also KPN oder KN = 20°; ferner sey V das Zenith von St. Petersburg, also NX = 28° die östliche Länge Petersburgs von Paris, oder KX = 48° vom ersten Meridian. Ist nun XY = 15°, so liegen alle Oerter im Meridian PY um 15° östlich von Petersburg, um 43° von Paris, und um 63° vom ersten Meridian. Das dritte Kapitel lehrt die Methoden, wodurch die Länge eines Orts gefunden wird.

§. 4. Breite.

§. 4. Der Bogen ZA des Meridians, der zwischen dem Zenith eines Orts und dem Aequator liegt, heist die geographische Breite dieses Orts; und es muß angegeben werden, ob der Ort auf der nördlichen oder südlichen Seite des Aequators, APQ oder ApQ liege: alle Oerter im Russischen Reiche haben nördliche Breite. Durch Länge und Breite, AB oder KB, und BS, ist das Zenith S, folglich auch der Ort auf der Erde, dem dieses Zenith gehört, völlig bestimmt.

§. 5. Abweichung, Rektascension.

§. 5. Der Aequator wird, gleich jedem andern Kreise, in 360° getheilt; um aber den Punkt ♈ zu kennen, von dem die Grade des Aequators nach Osten, oder von der rechten nach der linken Seite gezählt werden, muß man folgendes wissen. Die Sonne befindet sich nicht immer im Aequator, sondern entfernt sich von demselben, im Sommer und Win=

ter, nach Norden und Süden, bis zu 23° 28′. Da aber ihre jährliche Bahn, welche man die Ekliptik nennt, so wie die tägliche Umwälzung des Himmels, wodurch der Aequator bestimmt wird, um den Beobachter im Mittelpunkt der Sphäre verrichtet zu werden scheint, so bilden beyde an der Himmels-Sphäre gröste Kreise, die sich in zwey einander gegenüber stehenden, oder um 180° von einander entfernten Punkten, unter dem Winkel von 23° 28′ schneiden. Die Ekliptik schneidet den Aequator in diesen zwey Punkten, im Anfange des Frühlings, da die Sonne sich nordlich über den Aequator erhebt, und im Anfange des Herbstes, da sie wider nach Süden unter ihn herab sinkt. Diese beyden Durchschnitte haben daher den Namen der Aequinoktial-Punkte erhalten. Im Frühling und Sommer befindet sich die Sonne nordlich, im Herbst und Winter südlich vom Aequator. Von dem Punkt ♈, wo die Sonne im Frühlinge durch den Aequator geht, werden sowol die Grade des Aequators als der Ekliptik nach Osten gezählt, und der Bogen der Ekliptik von diesem Punkt bis zum Mittelpunkt der Sonne heist die Länge der Sonne, welche in Zeichen (jedes von 30°), in Graden, Minuten und Sekunden angegeben wird. Es sey nun S der Ort eines Sterns an der Sphäre, und man lege durch S, und durch das Zenith Z eines Orts, und den Pol P, den Vertikal-Kreis ZSD, und den Stunden-Kreis PSB: so heist die senkrechte Entfernung BS des Sterns vom Aequator seine Abweichung (*déclinaison*), die sowol nordlich als südlich seyn kann; und der Bogen des Aequators ♈AB heist des Sterns gerade Auffsteigung (*ascension droite*), die einerley ist mit dem Winkel am Pol zwischen den Stundenkreisen P♈ und PSB.

§. 6. Die senkrechte Entfernung SD des Sterns S vom Horizont heist seine Höhe; der Winkel am Pol APB zwischen seinem Stundenkreise und dem Meridian PZA, des Sterns Stunden-Winkel, der in der Figur östlich ist. Nach seinem Durchgange durch den Meridian in M, seiner Kulmination, wird sein Stundenwinkel westlich. Im Meridian hat jeder Stern die gröste Höhe; je näher er dem Meridian kömmt, desto größer wird seine Höhe; und bey gleichen Stundenwinkeln an der östlichen und westlichen Seite des Meridians hat er gleiche Höhe, und umgekehrt. Wenn man den Pol P als einen Stern ansieht, so ist PR seine Höhe über dem Horizont, oder die Polhöhe. Nun sind ZR und PA Bogen von 90°: zieht man also von beyden den Bogen PZ ab, so bleiben gleiche Reste PR und ZA, oder die Polhöhe ist der Breite des Orts gleich. Da ferner ZAH = 90° ist, so macht die Aequator-Höhe AH und die Breite des Orts AZ zusammen 90°. Hierauf gründen sich die verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Polhöhe oder Breite, welche im vierten Kapitel erklärt werden. §. 6. Höhe, Stunden-Winkel, Kulmination, Polhöhe.

§. 7. Jeder Weltkörper macht täglich einen Umlauf um den Pol, d. h. er mag im Aequator AOQ oder in einem kleineren Parallel MSL, EGF, liegen, so durchläuft er diesen ganzen Parallel oder einen Stunden-Winkel von 360°, in 24 Stunden; und diese Bewegung geschieht von Osten nach Westen mit gleichförmiger Geschwindigkeit, so daß in gleichen Zeiten sich gleiche Bogen des Aequators und gleiche Stunden-Winkel durch den Meridian schieben. Die Zeit, in welcher der ganze Stern-Himmel sich einmal umwälzt, heist ein Stern-Tag: er wird in 24 Stunden, jede Stunde in 60 Minuten, jede Minute in 60 Sekunden getheilt; und diese Zeit heist Stern-Zeit. Allein im gemeinen Leben ge- §. 7. Stern-Zeit und Sonnen-Zeit.

braucht man Sonnen-Zeit, wonach gewöhnlich auch die astronomischen Uhren regulirt sind; und diese Zeit ist von der Stern-Zeit aus folgendem Grunde verschieden. Die Sonne hat außer der täglichen Bewegung von Osten nach Westen, die sie mit allen Weltkörpern gemein hat, und die nichts anders als die Umwälzung der ganzen Himmels-Sphäre oder der Erde ist, noch eine eigene Bewegung, mit der sie in einem Jahre von Westen nach Osten, also nach einer der vorigen entgegen gesetzten Richtung, einen Kreis am Himmel beschreibt. Da nun das Stern-Jahr, oder die Zeit in welcher die Sonne einen ganzen Umlauf unter den Fixsternen macht, 365 Tage 6 St. 9 Min. $11\frac{3}{5}$ Sek. beträgt, in welcher Zeit die Sonne 360° durchläuft, so findet man den Bogen x, den sie in einem Tage, oder von einem Mittage zum andern beschreibt, durch die Proportion: 365 T. 6 St. 9′ 11″,6 zu 1 Tage wie 360° zu x, also die tägliche Bewegung der Sonne x = 59′ 8″,19. Wenn nun die Sonne am 1 Januar in **M** zugleich mit einem Stern oder einem Punkt des Aequators **A** durch den Meridian gegangen ist, und **MS** oder **AB** = x ist, so wird sie bis zum Mittage des 2 Januars von **M** nach *S* gerückt seyn, folglich noch nicht im Meridian seyn, wenn der Stern **A** wider kulminirt. Von einem Mittage bis zum nächsten, oder in 24 Stunden Sonnen-Zeit, gehn also 360° 59′ 8″,2 des Aequators durch den Meridian. Da nun in 24 Stunden Stern-Zeit 360° durch den Meridian gehn, so folgt hieraus, daß 24 Stunden Sonnen-Zeit 24 St. 3 M. 56,55 Sek. Stern-Zeit, und 24 Stunden Stern-Zeit 23 St. 56 M. 4,1 Sek. Sonnen-Zeit sind; wodurch man eine Zeit in die andre verwandeln kann.

§. 8. **Mittlere und wahre Zeit.** §. 8. Es ist hiebey angenommen, daß die eigene Bewegung der Sonne auch so gleichförmig sey, wie die tägliche Bewegung; das ist sie aber nicht. Man stellt sich daher eine mittlere Sonne vor, die in eben der Zeit, wie die wahre Sonne, einen Umlauf unter den Sternen oder im Aequator mit gleichförmiger Geschwindigkeit macht, und berechnet die Entfernung beyder Sonnen von einander für jede Zeit des Jahrs. Die Sonnen-Zeit heist **mittlere** oder **wahre**, nachdem sie durch die mittlere oder die wahre Sonne gemessen wird; und der Unterschied beyder Zeiten heist die **Zeitgleichung**, die man für jeden Mittag in den astronomischen Ephemeriden berechnet findet. Es ist also mittlerer oder wahrer Mittag, 12 Uhr oder 0 oder 24 Uhr, wenn die mittlere oder wahre Sonne kulminirt. In 24 Stunden Sonnen-Zeit macht die Sonne einen ganzen Umlauf von 360°: in 1 St. durchläuft sie also 15°, in 1 Min. 15′, u. s. w. Man verwandelt also Stunden, Minuten und Sekunden, in Grade, Minuten und Sekunden des Aequators, indem man sie mit 15 multiplizirt. Ist also der Stunden-Winkel **APS** der mittlern oder wahren Sonne bekannt, z. B. 15°, so ist es an diesem Orte 11 Uhr Vormittags mittlerer oder wahrer Zeit, oder 1 Uhr Nachmittags, nachdem der Stunden-Winkel östlich oder westlich ist. Durch Beobachtung findet man den wahren Ort der Sonne, also den Stunden-Winkel der wahren Sonne, der durch 15 dividirt, in wahre Zeit, und vermittelst der Zeitgleichung in mittlere Zeit verwandelt wird. Hat man aber durch Rechnung den Stunden-Winkel der mittleren Sonne gesucht, so wird dieser durch 15 dividirt in mittlere Zeit, und durch die Zeitgleichung in wahre Zeit verwandelt.

§. 9. Da die Sonne, gleich allen andern Weltkörpern, in 24 Stunden von Osten nach Westen durch alle Meridiane der Erde geht, und man an jedem Orte Mittag oder 12 Uhr zählt, wenn die Sonne durch diesen Meridian geht, so wird ein Ort um 1 Stunde, oder 2 St. rc. ehr Mittag haben, als ein anderer, wenn er um 15° oder 30° rc. östlich liegt: und derselbe Unterschied wird zwischen allen andern Zeiten des Tages an beyden Oertern Statt haben. Der Unterschied der Länge zweyer Oerter wird also unmittelbar aus dem Unterschiede der mittleren oder wahren Zeit gefunden, die an beyden Oertern in dem nämlichen Augenblick gezählt wird. Die Zeit am Beobachtungs-Orte selbst findet man durch die Berichtigung der Uhr (§. 1.): es kömmt also nur darauf an, zu erfahren, welche Zeit es zugleich an einem andern bekannten Orte war. Dies findet man, entweder wenn man eine Uhr, deren Gang man vollkommen kennt, mit sich führt, nachdem man sie an diesem Orte selbst nach der dortigen Zeit regulirt hat; oder wenn an beyden Oertern zugleich dieselbe Beobachtung gemacht, und die Zeit bemerkt wird, die es an jedem Orte war. Zu beyden Methoden gehören gute Uhren mit astronomischen Beobachtungen verbunden; zur erstern transportable Uhren, **Chronometer** (*Timekeepers*). §. 9. Wie die Länge gefunden wird.

§. 10. Zu astronomischen Beobachtungen sowol als zur Aufnehmung der Karte eines Landes, ist es von großer Wichtigkeit, die Lage des Meridians oder die **Mittagslinie** zu kennen: dies ist nämlich die Linie CH, worin sich der Horizont und der Meridian schneiden. Hat man diese Linie abgesteckt, und visirt längs derselben mit einem Winkelmesser, sowol vertikal aufwärts, als horizontal seitwärts, so findet man dadurch sowol die gröste Höhe MH die ein Stern im Meridian erreicht, als auch den Winkel, den eine auf dem Felde gemessene Linie mit der Mittagslinie macht, ihr **Azimut**: wodurch die ganze geometrische Karte orientirt ist, und in eine geographische Karte verwandelt werden kann, wie solches im **sechsten Kapitel** erklärt wird. Das **fünfte Kapitel** lehrt Methoden, eine **Mittagslinie** zu ziehen. §. 10. Mittagslinie, Azimut.

§. 11. Um durch die Beobachtung irgend eines Welt-Körpers die Länge oder Breite eines Orts, oder auch den Gang der Uhr zu bestimmen, ist es, wie man leicht begreift, durchaus nothwendig, den Ort den der beobachtete Weltkörper an der Sphäre einnimt, oder seine scheinbare Rektaszension und Deklination genau zu kennen. Ist es die Sonne die man beobachtet hat, so findet man in den astronomischen Ephemeriden, oder dem *Nautical Almanac* (Морскій Мѣсяцословъ), für den Augenblick der Beobachtung, ihre scheinbare Rektaszension und Deklination. Hat man aber einen Stern beobachtet, so müste man seine gerade Aufsteigung und Abweichung aus den Stern-Katalogen nehmen, die nicht in jedermans Händen sind. Ueberdem geben diese Katalogen unmittelbar nur den Ort des Sterns für eine gewisse Zeit oder Epoche; und es erfodert eine weitläuftige Rechnung, um daraus den scheinbaren Ort des Sterns für eine andere Zeit her zu leiten. Der scheinbare Ort jedes Sterns an der Sphäre ändert sich nemlich immerfort auf mannigfaltige Art, und zwar nicht wegen einer wirklichen Bewegung der Sterne, sondern wegen der Bewegung der Erde. Aus dieser entstehen mehrere scheinbare Verrückungen der Sterne, die unter dem Namen der **Präzession, Nutation,** und **Aberration,** bekannt sind. Da die Erde keine vollkommene Kugel, §. 11. Mittlerer und scheinbarer Ort der Sterne.

sondern wegen der aus ihrer täglichen Umwälzung entstehenden Schwung = Kraft an den Polen eingedrückt ist; da ferner der Mond sich bald nordlich, bald südlich vom Aequator befindet: so begreift man leicht, daß dieser uns so nahe Weltkörper, durch seine Attraktion, auf die erhabeneren Theile des Aequators stärker wirken, und denselben nach seiner Bahn hin, also bald nach Norden, bald nach Süden, ziehen werde; woraus eine Drehung der ganzen Erdkugel nach der Richtung der Axe entsteht, welche offenbar von der Lage der Mond = Bahn gegen den Erd = Aequator abhängen muß. Da sich nun diese Bahn selbst verschiebt, so daß sie nach 18 bis 19 Jahren ihre vorige Lage wider erhält, so sieht man leicht, daß jene Drehung der Erd = Axe eine Periode von 18 Jahren haben muß, so daß sie in 18 Jahren einmal hin und her schwankt, welches man ihre **Nutation** nennt. Zugleich aber entsteht daraus eine immer fortwährende Verschiebung des Aequators, wodurch die Aequinoktial = Punkte (§. 5.) alle Jahre um 50'' zurück weichen, oder sich nach Westen hin schieben. Eine nothwendige Folge hievon ist, daß die Sonne, die ihre jährliche Laufbahn von Westen nach Osten verrichtet (§. 7.), die Aequinoktial = Punkte, die ihr entgegen kommen, früher erreicht, oder daß die Nachtgleichen des Frühlings und Herbstes früher erfolgen. Man nennt daher diese Bewegung des Aequators das **Zurückweichen der Aequinoktial-Punkte** oder das **Vorrücken der Nachtgleichen** (*précession des équinoxes*). Da nun der Ort der Sterne durch ihre Rektaszension und Deklination, d. h. durch ihre Lage gegen den Aequator bestimmt wird, so muß jene doppelte Bewegung des Aequators auch den Ort der Sterne auf doppelte Art ändern: und dies ist es, was man die **Nutation** und die **Präzession** (*nutation* et *précession*) der Sterne, so wol in der geraden Aufsteigung als Abweichung nennt. Sie ist bey jedem Stern, nach seiner eigenthümlichen Lage gegen den Aequator, verschieden.

Die **Abirrung des Lichts** (*aberration*) entsteht aus der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne, wie die Nutation und Präzession aus ihrer täglichen um ihre Axe. Wir sehen einen Weltkörper, wenn die von ihm ausgeflossenen Licht = Strahlen in unser Auge dringen; und wir sehen ihn in der Richtung, in welcher diese Strahlen unser Auge treffen. Das Licht strahlt aus den Körpern nach geraden Linien mit einer ungeheuren Geschwindigkeit aus, so daß es in jeder Sekunde mehr als 280000 Werste durchläuft. Da aber auch unser Auge mit der Erde um die Sonne sehr schnell fort gerissen wird, so daß es in einer Sekunde ungefähr 28 Werste durchläuft, so besteht das Sehen eigentlich in dem Stoß zweyer sehr schnell bewegter Körper gegen einander; woraus nach den bekannten Gesetzen der Mechanik folgt, daß das Auge den Eindruck des Lichts nicht nach der wahren Richtung desselben empfindet, sondern in einer nach der Seite hin abweichenden, nach welcher die Erde sich bewegt; daß uns also die Weltkörper nach dieser Seite hin gerückt scheinen: wodurch dann so wol ihre Rektaszension als ihre Deklination um einen Winkel geändert wird, der bey jedem Stern nach seiner Lage gegen die Erdbahn verschieden ist, und seine Aberration genannt wird.

Um also den scheinbaren Ort der Sterne zu finden, muß man ihre Rektaszension und Deklination durch Präzession, Nutation, und Aberration korrigiren: und dies ist in der VIII. Tafel mit allen Sternen, von denen die Entfernungen des Monds in den Ephemeriden ange=

geben werden, und in der IX. Tafel mit dem Polar-Stern, bis zum Anfange des Jahrs 1829 geschehen.

§. 12. Wiewol vorausgesetzt werden kann, daß allen Lesern dieses Werks die Elementar-Formeln der Trigonometrie bekannt sind, so wird es doch nicht überflüssig seyn, zur Erleichterung des Gedächtnisses, hier alle die Formeln zusammen zu stellen, von welchen im Laufe dieses Werks Gebrauch gemacht werden wird. Diese wenigen, von denen der Beweis jedem Leser bekannt ist, oder dem mündlichen Vortrage vorbehalten wird, sind hier mit Numern bezeichnet, unter denen ich mich in der Folge auf sie beziehen werde. §. 12. Trigonometrische Formeln.

Wenn a, b, zwey Winkel oder Kreisbogen sind, so ist allgemein, was für Werthe die Winkel a, b, auch haben mögen:

1. $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$;
2. $\operatorname{tang} a = \frac{\sin a}{\cos a}$;
3. $\operatorname{cotang} a = \frac{1}{\operatorname{tang} a} = \frac{\cos a}{\sin a}$;
4. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$;
5. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$;
6. $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$;
7. $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$;
8. $\sin \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}$;
9. $\cos \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}$.

Wenn ferner die drey Winkel eines sphärischen Dreyecks mit A, B, C, die drey den Winkeln A, B, C, gegenüber stehenden Seiten mit a, b, c, bezeichnet werden, so ist allgemein

10. $\sin C = \frac{\sin c \sin A}{\sin a}$;
11. $\cos C = \frac{\cos c - \cos a \cos b}{\sin a \sin b}$;
12. $\operatorname{tang} \frac{1}{2} C = \frac{\cos \frac{1}{2}(a - b)}{\cos \frac{1}{2}(a + b)} \operatorname{cotang} \frac{1}{2}(A + B)$;
13. $\operatorname{tang} \frac{1}{2} c = \frac{\cos \frac{1}{2}(A + B)}{\cos \frac{1}{2}(A - B)} \operatorname{tang} \frac{1}{2}(a + b)$.

Bey den letzten zwey Formeln ist zu bemerken, daß, wenn b größer als a, oder B größer als A ist, $\cos \frac{1}{2}(b - a)$ oder $\cos \frac{1}{2}(B - A)$ statt $\cos \frac{1}{2}(a - b)$ oder $\cos \frac{1}{2}(A - B)$ genommen werden muß, so daß man, um die halbe Differenz zu finden, immer den kleineren Winkel oder Bogen vom größern subtrahirt.

Erstes Kapitel.

Gebrauch des Spiegel-Sextanten.

§. 13. Konstruktion des Sextanten.

§. 13. Da die mechanische Behandlung dieses nützlichen Instruments, und alle dabey nöthigen Handgriffe sich am besten bey dem mündlichen Unterricht zeigen lassen, so werden hier nur einige Bemerkungen gemacht werden, welche die Beobachtungen selbst betreffen. Der Sextant ist ein Kreis-Sektor von 60°, dessen Rand EF (2. Fig.) von E bis F in Grade, ꝛc. abgetheilt ist, und der zum Behuf der Beobachtungen mit einem Fernrohr, einem größeren, und einem kleineren Spiegel versehen ist. Das Fernrohr OR hat, wenn es in seine Hülse eingeschraubt ist, ein unbewegliche, mit der Ebne des Sextanten parallele Stellung. Der kleine Spiegel PQ, dessen untere Hälfte nur belegt, die obere durchsichtig ist, hat gleichfalls eine feste, auf der Ebne des Sextanten senkrechte Stellung. Der große Spiegel *mn* ist nicht auf dem Sextanten selbst, sondern auf der beweglichen Alhidade DE (oder DG) befestigt, so daß er mit derselben in jede Lage MN verschoben, und in dieser Lage vermittelst der Alhidaden-Schraube bey G befestigt werden kann, da dann der Index der Alihidade auf dem Rande seine jedesmalige Lage anzeigt, d. h. den Winkel, um welchen der große Spiegel, oder die Alhidade, vom Null-Punkt E aus um den Mittelpunkt D des Sextanten gedreht ist. Der kleine Spiegel muß in einer Lage befestigt seyn, die dem großen Spiegel, alsdenn wenn die Alhidade auf Null steht, genau parallel ist. Das Fehrnrohr aber muß eine Richtung ORC haben, die auf dem kleinen Spiegel nicht senkrecht steht, sondern mit demselben nach Q hin einen spitzen Winkel OCQ von etwa 70° macht; wovon man den Grund leicht einsehen wird. Die auf dem kleinen Spiegel senkrechte Linie CD muß den großen Spiegel, wenn er die Lage *mn* hat, treffen, weil man sonst die beyden zusammen fallenden Bilder eines und desselben Gegenstandes A, nemlich das direkte Bild durch C, und das von D und C reflektirte, nicht sehen, und selbst sehr kleine Winkel, bey denen die Alhidade von der Lage DE nur wenig abweicht, nicht beobachten könnte. Läge nun auch das Fernrohr OR in dieser senkrechten Linie CD, so würde es den großen Spiegel bedecken, oder von demselben bedeckt werden, so daß keine Beobachtung möglich wäre. Das Fernrohr wird daher auf dem durch

den Null-Punkt gehenden Halbmesser des Sextanten, unterhalb des großen Spiegels befestigt; und da es nothwendig auf den kleinen Spiegel gerichtet seyn muß, so kann es nicht anders als eine schiefe Lage gegen denselben erhalten.

Man mißt mit dem Sextanten entweder Entfernungen zweyer Punkte von einander, sowol auf der Erde als am Himmel, oder Höhen der Weltkörper über dem Horizont. Die ganze Beobachtung kömmt darauf an, daß man in dem Fernrohre, den einen Gegenstand durch den durchsichtigen Theil des kleinen Spiegels, den andern durch die Reflexion vom großen Spiegel auf den kleinen, und von diesem in das Fernrohr, sieht, und dann den großen Spiegel vermittelst der Mikrometer-Schraube am Nonius so lange verschiebt, bis die Bilder der beyden Gegenstände, deren Entfernung man messen will, im Mittelpunkt des Fernrohrs genau zusammen fallen. Der Sextant muß daher immer in der Ebne beyder Gegenstände gehalten werden, also bey irdischen Winkeln horizontal, bey Höhen vertikal.

§. 14. Bey Entfernungen des Monds von der Sonne oder einem Stern, erfodert es viele Uebung, den Sextanten in der Ebne beyder Weltkörper zu erhalten, bis man ihre Bilder in das Fernrohr gebracht hat. Man erleichtert sich die Sache sehr, wenn man aus der beyläufigen Länge des Orts (wie man sie aus den Karten kennt) die Pariser oder Greenwicher Zeit berechnet (§. 3. 9.), da man die Beobachtung machen will, für diese Zeit im See-Kalender die Monds-Distanz aufsucht, die Alhidade des Sextanten auf diese Entfernung stellt, dann durch das Fernrohr gerade nach dem Monde visirt, und den Sextanten, ohne den Mond aus dem Fernrohre zu verlieren, so lange dreht, bis das reflektirte Bild der Sonne auch im Fernrohr erscheint. Will man die Distanz des Monds von einem Sterne messen, so visirt man gerade nach dem Stern, als dem schwächsten Gegenstande, und sucht durch Umdrehen des Sextanten das reflektirte Bild des Monds in das Fernrohr zu bringen. So bald man nun beyde Weltkörper im Fernrohr hat, schraubt man die Alhidade fest, dreht dann die Schraube des Nonius so, daß beyde Körper sich nähern, und fährt damit so lange fort, bis der helle Mond-Rand den nächsten Sonnen-Rand oder den Stern genau berührt: in demselben Augenblick muß auch die Zeit auf der Uhr beobachtet werden. Der helle Monds-Rand ist immer der Sonne am nächsten: bey Monds-Distanzen von der Sonne muß man also immer die Halmesser der Sonne und des Monds zur gemessenen Entfernung addiren, um die Entfernung der Mittelpunkte zu haben. Bey Distanzen von Sternen aber ist zu bemerken, ob der Stern an der Seite stehe, wo der Rand des Monds voll oder gebrochen ist, d. h. ob er bey zunehmendem Monde westlich oder östlich, rechts oder links, und ob er bey abnehmendem Monde östlich oder westlich

§. 14. Beobachtung der Monds-Distanzen.

vom Mond stehe. Da man nun immer nur den vollkommen abgerundeten Rand des Monds beobachten kann, so addirt man im erstern Falle den Mond-Halbmesser, im letztern subtrahirt man ihn.

§. 15. Beobachtung der Höhen.

§. 15. Bey Höhen sind die beyden zu beobachtenden Gegenstände, der Weltkörper, und der Punkt des Horizonts, über dem er senkrecht steht. Zur See gebraucht man hiezu den natürlichen Horizont, oder die sogenannte Wasser-Linie, wo der Himmel das Meer berührt, und mißt die Entfernung des Weltkörpers von dem Punkt dieser Linie, der ihm am nächsten ist: von welcher Entfernung dann für die Höhe des Schiffs einige Minuten abgezogen werden müssen, wofür die Seeleute, nach der Größe ihres Schiffs, Tabellen berechnet haben. Zu Lande aber, wo man keinen so freyen Horizont hat, bedient man sich eines künstlichen Horizonts, welcher entweder ein Glas-Spiegel ist, der vermittelst einer Wasserwaage oder Luftblase, mit der größten Sorgfalt nach allen Richtungen horizontal gelegt werden muß, oder eine Masse Quecksilber, die in ein Kästchen gegossen wird, und sich von selbst horizontal stellt, und die, um sie vor der Bewegung der Luft zu sichern, mit einem gläsernen Dache bedeckt wird. Nun hat man zwey Bilder des Sterns, eines am Himmel, das andere im künstlichen Horizont, welches letztere eben so tief unter dem wahren Horizont liegt, als der Stern selbst über dem Horizont ist: die Entfernung beyder Bilder ist also die doppelte Höhe des Sterns. Man hält nun den Sextanten so viel möglich vertikal, und in der Ebne worin sich der Stern, dessen Höhe man messen will, befindet; visirt mit dem Fernrohr durch den unbelegten Theil des kleinen Spiegels unterwärts nach dem Bilde des Sterns im künstlichen Horizont; verschiebt die Alhidade, bis auch das vom großen Spiegel des Sextanten reflektirte Bild desselben Sterns im Fernrohr erscheint; befestigt dann die Alhidade, und schraubt den Nonius, so daß sich beyde Bilder einander nähern, und zwar bis sie genau auf einander fallen, oder wenn man eine Sonnen-Höhe nimt, bis beyde Bilder der Sonne sich von außen berühren: in diesem Augenblick wird auch die Uhr-Zeit bemerkt. Indem man das reflektirte Bild der Sonne, durch Bewegung der Alhidade, in das Fernrohr bringt, ist es leicht, sich dieses Bild zu bemerken, und es von dem direkten Bilde zu unterscheiden. Ist man aber dennoch ungewiß, so darf man nur einen Augenblick den großen Spiegel mit der Hand bedecken, da dann dasjenige Bild, welches hiedurch verschwindet, das reflektirte ist. Beobachtet man nun durch ein astronomisches Fernrohr, das verkehrt zeigt, so hat man den obern oder den untern Sonnen-Rand beobachtet, nachdem das reflektirte Bild über oder unter dem direkten Bilde steht. Der Index zeigt alsdenn die doppelte Höhe des Sonnen-Randes an.

§. 16. Die ganze Theorie des Spiegel-Sextanten beruht auf folgendem Satz. §. 16. Theorie des Sextanten.

„Wenn (2. Fig.) der Sextant EDF, und die Alhidade DG, auf welcher der große „Spiegel MN befestigt ist, in eine solche Lage gebracht sind, daß die Bilder zweyer „Gegenstände oder Punkte A, B, im Fernrohr OR einander decken, nemlich das „direkte Bild von A, welches durch den durchsichtigen Theil des kleinen Spiegels „PQ in der Linie ACRO gesehen wird, und das reflektirte Bild von B, welches, „anstatt in der geraden Linie BDO in das Auge O zu gelangen, von dem großen „Spiegel in D aufgefangen, und nach DC reflektirt wird, und endlich durch die „abermalige Reflexion auf dem kleinen Spiegel in C nach CR, in der Richtung „ACRO erscheint, folglich den Punkt A deckt: bey dieser Lage des Sextanten, die „bey jeder Beobachtung Statt finden muß, ist der Winkel DOC oder BOA zwey„mal so groß als der Winkel EDG, den die Alhidade auf dem Rande des Sex„tanten anzeigt, oder um welchen der große Spiegel MN, von seiner mit dem klei„nen Spiegel parallelen Richtung mn aus, gedreht ist; d. h. wenn man α den „Winkel BOA, und β den Winkel EDG nennt, so ist $\alpha = 2\beta$.

Beweis. Es ist (1) $DCP + DCO + OCQ = 180°$,
weil ihre äußersten Schenkel die gerade Linie PQ auf der Ebne des kleinen Spiegels bilden. Man hat ferner

$$(2)\ \alpha + DCO + ODC = 180°,$$

weil dieses die drey Winkel eines Dreyecks sind. Beyde Werthe von 180° einander gleich gesetzt, und beyderseits DCO subtrahirt, gibt die Gleichung

$$(3)\ \alpha + ODC = DCP + OCQ.$$

Nach dem ersten Grundsatz der Katoptrik, werden die Licht-Strahlen von einer glatten Fläche unter eben dem Winkel zurück geworfen, unter dem sie auffallen. Es ist also bey der Reflexion auf dem großen Spiegel $BDM = CDN$, und auf dem kleinen $DCP = OCQ$. Aus dem letztern folgt $DCP + OCQ = 2DCP$; und aus dem erstern folgt, weil die Scheitel-Winkel BDM und ODN gleich sind, $ODN = CDN$, also $ODC = 2CDN$. Substituirt man beydes in der Gleichung (3), so erhält man

$$(4)\ \alpha + 2CDN = 2DCP, \text{ oder}$$

$$(5)\ \alpha = 2(DCP - CDN).$$

Nun ist nach der Struktur des Sextanten, in der ursprünglichen Lage des großen Spiegels mn, wo die Alhidade auf DE steht, der kleine Spiegel PQ dem großen mn oder DE parallel (§. 13.), mithin die Wechsel-Winkel gleich, $DCP = CDE$: welches in (5) substituirt, die Gleichung gibt

$$(6)\ \alpha = 2(CDE - CDN) = 2EDN, \text{ d. i.}$$

$$\alpha = 2\beta, \text{ wie bewiesen werden sollte.}$$

Hier ist $\alpha = BOA$ der optische Winkel am Auge, oder die scheinbare Entfernung beyder Punkte, die gemessen werden soll; $\beta = EDG$ ist der Winkel, um den die Alhidade von E aus verschoben ist, und der durch den Index auf dem Rande angezeigt wird. Dieser Winkel β ist also die Hälfte des beobachteten Winkels α: um daher letztern zu haben, muß man erstern mit 2 multipliziren, oder statt der halben Grade auf dem Rande ganze nehmen. Um diese Multiplikation zu ersparen, gibt der Künstler den halben Graden, in welche der Rand eingetheilt ist, die Benennung ganzer Grade. Man kann daher mit dem Sextanten, da er 60 ganze oder 120 halbe Grade enthält, Winkel oder Entfernungen von 120° messen; Höhen aber mit dem künstlichen Horizont nur bis zu 60°, weil man hier die doppelten Höhen beobachtet (§. 15.)

Jeder Gegenstand erscheint hinter dem Spiegel in seiner wahren Entfernung von der Fläche des Spiegels. Im horizontal liegenden Spiegel zeigt sich also der Punkt der Sonne, welcher dem Spiegel näher, d. h. niedriger ist, auch hinter oder unter dem Spiegel dem Horizont näher, d. h. höher: das Bild der Sonne wird also im horizontalen Spiegel, in Rücksicht auf Oben und Unten verkehrt, so wie im vertikalen Spiegel Rechts und Links verwechselt wird. Wenn nun das reflektirte Bild der Sonne über dem Bilde im künstlichen Horizont steht, so ist der obere Rand des letztern in Berührung: und dies ist, wie eben gezeigt ist, der untere Rand der wahren Sonne; folglich ist die Höhe des untern Randes beobachtet. Da aber das astronomische Fernrohr alle Gegenstände verkehrt zeigt, so erscheint in diesem Falle das reflektirte Bild nicht über, sondern unter dem direkten Bilde. Man beobachtet also die Höhe des obern oder des untern Sonnen-Randes, nachdem das reflektirte Bild über oder unter dem Bilde im künstlichen Horizont erscheint. Eben so verhält es sich mit dem Monde. Bey den Fixsternen gibt es keinen obern oder untern Rand, weil sie wie Punkte erscheinen. Wenn man ohne Fernrohr (so wie es bey den ältern See-Oktanten der Fall war), oder durch ein terrestres Fernrohr, welches die Gegenstände nicht verkehrt darstellt, beobachtet, so findet das Gegentheil Statt.

§. 17. Bestimmung des Kollimations-Fehlers.

§. 17. Die richtige Stellung des Fernrohrs und der Spiegel wird jezt gewöhnlich dem Künstler überlassen, damit er sie in der einmal gefundenen richtigen Lage desto dauerhafter befestigen könne, weil durch das öftere Verschrauben der Spiegel endlich die Theile des Instruments ihre Festigkeit verlieren; doch muß der Beobachter im Stande seyn, die Fehler seines Instruments prüfen zu können, wozu die Anleitung dem mündlichen Unterricht vorbehalten wird. Derjenige Fehler aber, der von der unrichtigen Bestimmung des Null-Punkts im Gradbogen herrührt,

und den man den Kollimations-Fehler nennt, ist von der Art, daß ihn der Beobachter selbst berichtigen muß, und zwar bey jeder Beobachtung, weil dieser Fehler sich durch eine unsanfte Behandlung des Sextanten leicht ändert. Der Null-Punkt ist richtig, wenn alsdenn, wenn der Index auf 0 steht, der große und kleine Spiegel genau parallel sind, folglich das direkte und reflektirte Bild eines Gegenstands sich genau decken. Um dies zu prüfen, ist der Gradbogen nicht allein von 0 bis 120° oder 122°, sondern auch auf der andern Seite von 0 in einige Grade eingetheilt: wir wollen den erstern Theil EF (2. Fig.) den dißseitigen, den andern Ee den jenseitigen Bogen nennen. Die Prüfung wird auf folgende Art angestellt. Man befestigt die Alhidade genau auf 0, und visirt nach einem hellen Punkt, einem Stern oder der Sonne: so wird man das direkte und das reflektirte Bild des Gegenstands zugleich im Fernrohre haben. Decken sich nun beyde Bilder vollkommen, so ist kein Fehler. Widrigenfalls schraubt man den Nonius so lange, bis sie sich genau decken; da dann der Index den Kollimations-Fehler anzeigt. Fällt der Index bey genauer Deckung beyder Bilder in den dißseitigen Bogen, so ist der Fehler negativ, d. h. er muß von jeder beobachteten Höhe oder Entfernung subtrahirt werden, weil er schon eine gewisse Entfernung anzeigt, da sie doch in der That = 0 ist. Fällt aber der Index in den jenseitigen Bogen, so ist der Fehler positiv, und wird zu jedem gemessenen Winkel addirt, weil er in diesem Fall, wenn die Entfernung schon eine gewisse Größe erreicht hat, Null, also zu wenig anzeigen wird.

Noch genauer findet man den Kollimations-Fehler durch Messung des Sonnen-Durchmessers. Man befestigt die Alhidade genau auf 0, und visirt nach der Sonne, da man dann sowol das direkte als das reflektirte Bild der Sonne im Fernrohre hat. Nun schraubt man den Nonius dißseits, bis beyde Bilder sich so weit entfernt haben, daß sie sich genau von außen berühren, und schreibt die Stellung des Index, die wir A nennen wollen, auf. Alsdenn visirt man abermals nach der Sonne, und schraubt den Nonius zurück, so daß sich beyde Bilder wieder nähern, folglich eines über dem andern fortrückt, und sich dann auf der andern Seite wieder von ihm entfernt. Man schraubt so lange fort, bis sich beyde Bilder wider genau berühren, und schreibt auch diese Stellung des Index B auf. A fällt in den dißseitigen, B in den jenseitigen Bogen: sind beyde gleich, so ist kein Fehler. Sind sie ungleich, so ist die halbe Differenz von A und B der Kollimations-Fehler, und zwar negativ, oder wird von allen Winkeln subtrahirt, wenn A größer als B ist, weil in diesem Falle der Index einen zu großen Winkel anzeigt; positiv aber, oder wird immer addirt, wenn B größer als A ist. Es ist also der Kollimations-Fehler $= + \frac{B - A}{2} = - \frac{A - B}{2}$, so wie der Durchmesser der Sonne $= \frac{A + B}{2}$;

welches letztre zugleich dient, die Genauigkeit der Messung, durch die Vergleichung mit dem wahren Sonnen-Durchmesser in den Ephemeriden an diesem Tage, zu prüfen. Dieser Kollimations-Fehler wird unmittelbar gebraucht, um jeden beobachteten oder abgelesenen Winkel zu korrigiren, dieser Winkel mag nun eine Entfernung, eine einfache oder doppelte Höhe der Sonne oder des Monds seyn; wie man leicht daraus sieht, daß er nicht, wie z. B. die Refraktion, auf den scheinbaren Ort des Weltkörpers, oder auf die Beobachtung selbst, sondern nur auf das Ablesen des beobachteten Winkels, Einfluß hat. Es ist also die erste Korrektion, die man bey jeder Beobachtung anbringen muß; und sie gibt den wirklich beobachteten Winkel, was dies auch für ein Winkel seyn mag.

§. 18. Gebrauch des Nonius.

§. 18. Die letzte Sorgfalt muß der Beobachter auf die Ablesung des Winkels wenden, wozu fast ein eben so geübtes Auge erfodert wird, als zu der Beobachtung selbst. Es kömmt hiebey alles darauf an, denjenigen Theilstrich des Nonius zu bestimmen, der mit einem Theilstrich des Gradbogens genau zusammen trifft, wozu man sich des Mikroskops bedienen muß. Hat man nun bemerkt, der wievielste Strich des Nonius zusammen trifft, so findet man daraus leicht den gemessenen Winkel, wenn man folgendes merkt. Der Bogen ist in 120 Grade, und jeder davon sey in 4 Theile, also in 15′ getheilt. Der Nonius bestehe z. B. aus einem Bogen, der genau so groß als 44 von diesen Theilen (oder 11°), aber nicht in 44, sondern in 45 gleiche Theile getheilt ist, wovon also jeder $\frac{44}{45}$ mal 15′ = 14′ 40″ enthält. Der Unterschied zwischen einer Abtheilung des Bogens und des Nonius ist also 20″, die man daher unmittelbar beobachten kann. Trifft nemlich der Index des Nonius mit einem Strich des Bogens genau zusammen, so besteht der Winkel aus so viel ganzen Graden, als der Bogen anzeigt, z. B. 5°, und überdem aus 15′ oder 30′ oder 45′, nachdem der Index mit dem ersten oder zweyten oder dritten Strich des Bogens zutrifft, der zwischen 5° und 6° liegt. Fällt aber der Index nicht genau auf einen Strich des Bogens, so addirt man zu der nächsten Abtheilung des Bogens, die zwischen dem Index und 0 fällt (5° 15′ oder 5° 30 oder 5° 45′) so oft 20″, als Theile des Nonius zwischen dem Index und demjenigen Strich enthalten sind, der mit einem Strich des Bogens zusammen fällt. Fiel z. B. der Index zwischen dem ersten und zweyten Strich von 5° bis zu 6°, und traf der 7te Strich des Nonius (den Index nicht mit gezählt) mit einem Strich des Bogens zusammen, so ist der Winkel 5° + 15′ + 7 mal 20″ = 5° 17′ 20″. Ein geübtes Auge wird mehrentheils finden, daß kein Strich des Nonius und des Bogens ganz genau zusammen treffe, sondern daß ein Strich des Nonius rechts, der andre links vom nächsten Strich des Bogens falle: da man dann zwischen beyden das Mittel nimt. Fiel im vorigen Beyspiele der 7te Strich des Nonius noch

links vom nächsten Strich des Bogens, der 8te aber schon rechts, und beydes in gleichen Entfernungen, so muß man zu obigem Winkel noch 10″ addiren. Man sieht hieraus, wie man sich bey andern Eintheilungen des Nonius zu verhalten habe. Wenn z. B. wie es bey den neuern Sextanten gewöhnlich der Fall ist, jeder Grad in 6 Theile von 10′, und ein Bogen von 59 solcher Abtheilungen auf dem Nonius in 60 Theile getheilt ist, so beträgt jeder dieser Theile $\frac{59}{60}$ mal 10′ = 590″ = 9′ 50″, also der Unterschied zwischen einem Theil des Randes (10′) und einem Theil des Nonius (9′ 50″), = 10″; so daß man mit einem solchen Sextanten sehr gut 5″ beobachten kann. Bey der Messung des Sonnen-Durchmessers (§. 17.) wird der Winkel B jenseits o gemessen: in diesem Fall nimt man den nächsten Theilstrich des Bogens, der rechts vom Index steht, und einen Winkel b anzeigt; dann zählt man vom Index links bis zu dem Theilstrich des Nonius, der mit einem Strich des Bogens genau zusammen trifft (wie vorher): diese Anzahl Striche machen einen Winkel β, der von b abgezogen, B gibt: z. B. auf dem Sextanten der letztern Art, falle der Index zwischen dem ersten und zweyten Strich des Bogens rechts von o, welches 20′ gibt; und der neunte Strich des Nonius vom Index links (den Index nicht mit gezählt) falle mit einem Strich des Bogens zusammen, welches 1′ 30″ gibt: so ist B = 20′ — 1′ 30″ = 18′ 30″.

§. 19. Jeder Weltkörper scheint uns durch die Strahlenbrechung (réfraction) höher als er wirklich ist: man muß daher von jeder beobachteten Höhe die Refraktion subtrahiren, die man in der I. II. und III. Tafel für jede beobachtete oder scheinbare Höhe findet. Hat man keine Barometer- und Thermometer-Beobachtungen anstellen können, so begnügt man sich mit der I. Tafel. Bey der Sonne muß man alsdenn noch die sogenannte Parallaxe addiren. Die Parallaxe macht, daß die nicht sehr weit entfernten Weltkörper, wie Sonne und Mond, niedriger zu stehen scheinen, als sie wirklich stehn. Sie ist im Horizont am größten, wo sie die Horizontal-Parallaxe heißt. Wenn man diese H nennt, so ist die Parallaxe h in jeder scheinbaren Höhe α = H cos α. Die IV. Tafel enthält, für jede Zeit des Jahres, den Logarithmen der Horizontal-Parallaxe der Sonne H, zu dem man also den Logarithmen des Kosinus der Höhe, in welcher die Sonne beobachtet ist, addiren muß, um den Logarithmen der wirklichen Parallaxe h zu haben. Beym Monde braucht man nicht die IV, sondern die V. Tafel: um aber daraus die Korrektion zu finden, die immer zur beobachteten Höhe des Monds addirt wird, muß man die Horizontal-Parallaxe des Monds zur Zeit der Beobachtung kennen; und diese berechnet man aus dem See-Kalender, wo sie für jeden Mittag und jede Mitternacht angegeben ist. Wie sie daraus für jede Zeit eines andern Orts

§. 19. Korrektion der Höhen.

berechnet werde, wird man unten sehn. Will man endlich aus der berechneten wahren Höhe eines Weltkörpers seine scheinbare Höhe herleiten, so braucht man diese Korrektionen auf entgegengesetzte Art: man subtrahirt, statt zu addiren, und umgekehrt.

§. 20. Beyspiel einer Sonnen-Höhe.

§. 20. Am 1 April Alt. St. da man mit dem künstlichen Horizont Sonnen-Höhen nehmen will, mißt man nach §. 17. den Sonnen-Durchmesser auf doppelte Art diesseits und jenseits 0, und findet, daß bey der einen Berührung beyder Sonnen-Bilder der Index auf 31′ 50″ diesseits, und bey der andern Berührung auf 32′ 2″,5 jenseits stand. Der halbe Unterschied 6″,25 ist der Kollimations-Fehler, und zwar positiv, weil der Winkel jenseits größer als diesseits ist. Die halbe Summe 31′ 56″,25 zeigt, daß richtig gemessen ist, weil an diesem Tage im See-Kalender der Halbmesser der Sonne = 15′ 58″ ist. Der Sextant ist, gleich einem der letzten Art (§. 18.) in 10′, und vermittelst des Nonius in 10″ getheilt. Nachdem man beyde Sonnen-Bilder im Fernrohr in genaue Berührung gebracht hat (§. 15.), so daß das reflektirte Bild über dem andern stand, findet man mit dem Mikroskop, daß der Index zwischen 66° und 67°, und zwar zwischen 67° und der 5ten Abtheilung von 66° stand (also der Winkel größer als 66° 50′ war), daß ferner der 13te und 14te Strich des Nonius gleich nahe mit den drunter stehenden Strichen des Bogens zusammen trafen (erstrer so viel links, als letzterer rechts), welches noch 13mal 10″ + 5″ = 2′ 15″ gibt. Es war also

Beobachtete doppelte Höhe des obern ☉ Randes	= 66°. 52′. 15″,0.
Kollimations-Fehler	= + 6,25.
	66. 52. 21, 25.
Einfache Höhe des obern ☉ Randes	= 33. 26. 10,62.
(Tab. I.) Refraktion	= — 1. 27,86.
Parallaxe	= + 7,15.
Wahre Höhe des obern ☉ Randes	= 33. 24. 49,91.
Halbmesser der ☉	= — 15. 58,00.
Wahre Höhe des Mittelpunkts der ☉	= 33. 8. 51,9.

Tab. IV.

logar. Horiz. Parall.	= 0,952. 99
addirt log cos 33° 26′ 10″	= 9,921. 43
logar. der Parallaxe	= 0,854. 42
Parallaxe	= 7″, 15.

Zweytes Kapitel.

Berichtigung der Uhr.

§. 21. Der Zweck einer Uhr ist, daß sie immer eine gewisse Zeit, Sonnen- oder Stern-Zeit richtig anzeigt. Gesetzt, sie soll nach mittlerer Sonnen-Zeit in Petersburg regulirt seyn: so muß sie nicht allein genau 24 Stunden in der Zeit zeigen, da die mittlere Sonne (§. 8.) einen ganzen Umlauf macht, 1 Stunde, 2 Stunden ꝛc. in der Zeit, da die Sonne einen Winkel von 15°, 30°, ꝛc. durchläuft; sondern sie muß auch jedesmal genau 12 Uhr zeigen, wenn die mittlere Sonne im Petersburger Meridian ist, 1 Uhr, 2 Uhr ꝛc. Nachmittags, wenn die Sonne 15°, 30°, ꝛc. westlich vom Petersburger Meridian entfernt ist. Thut sie das erstre, aber nicht das leztre, so zeigt sie zwar mittlere Zeit, aber nicht die Petersburger, sondern die eines andern Orts. Sie geht alsdenn für Petersburger Zeit beständig z. B. um 1 Min. zu früh oder zu spät. Thut sie auch das erstere nicht, so wird sie in einem mittlern Sonnen-Tage, wenn sie gut ist, doch immer gleich viel zeigen, nur etwas mehr oder weniger als 24 St. (z. B. 10 Sek.): im erstern Fall eilt sie vor, im leztern bleibt sie zurück, d. h. sie geht zu geschwind oder zu langsam, und ihre tägliche Acceleration oder Retardation ist 10″. Dies ist es, was man den mittleren Gang der Uhr nennt, der in diesem Beyspiel 24 St. 10 Sek. oder 23 St. 59 M. 50 S. ist. Man findet ihn, wenn man zu verschiedenen Zeiten durch astronomische Beobachtungen die Uhr mit der mittleren Zeit an einem Orte vergleicht, und das, was sie in dieser ganzen Zeit mehr oder weniger als mittlere Zeit gezeigt hat, durch die Anzahl der inzwischen verflossenen Tage dividirt. Beyde Unrichtigkeiten der Uhr sind also unschädlich, so bald man sie kennt: und um sie zu kennen, würden zwey Beobachtungen zureichen, wenn man sich darauf verlassen könnte, daß die Uhr ihren Gang nie ändert. Da aber selbst die besten Uhren der Wirkung der Hitze, Kälte, und Bewegung, nicht so vollkommen wiederstehn, daß ihr gleichförmiger Gang gar nicht dadurch gestört würde, so muß man, so oft Zeit und Gelegenheit dazu ist, ihren Gang von neuem prüfen. Man muß daher über ihren Gang ein ununterbrochenes Journal führen, worin man 1) die Epoche bemerkt, oder den Tag und die Stunde, da

§. 21. Verschiedene Fehler einer Uhr.

man die Uhr von neuem regulirt hat, nebst der Anzahl Minuten und Sekunden, die sie nach Petersburger mittlerer Zeit zu früh oder zu spät ging, und die im erstern Falle von jeder Uhr-Zeit subtrahirt, im letztern Fall addirt wird; 2) die tägliche Acceleration oder Retardation, die man mit der Anzahl der seit der Epoche verflossenen Tage multiplizirt, und im erstern Falle von der Uhr-Zeit subtrahirt, im letztern Fall addirt.

§. 22. Beyspiel.

§. 22. In dem Augenblick, da die mittlere Sonne durch den Petersburger Meridian ging, oder da es in Petersburg 12 Uhr mittlerer Sonnen-Zeit war, hat die Uhr gezeigt

am 1. Junius	12 Uhr 2′. 27″.
— 2. —	—— 2 . 36.
— 3. —	—— 2 . 45.
— 4. —	—— 2 . 55.
— 5. —	—— 3 . 3.
— 6. —	—— 3 . 12.

Die Epoche ist also der 1 Junius, da die Uhr 2′ 27″ vor Petersburger Zeit voraus ging. Da sie nun am 6 Junius 5′ 12″ voraus ging, so hat sie in 5 Tagen 45″ vorgeeilt, welches durch 5 dividirt, ihre tägliche Acceleration $=+9''$ gibt; und dies ist ihr mittlerer Gang. Sucht man nun die mittlere Petersburger Zeit am 8 Junius Abends, da die Uhr $8^h\ 7'\ 0''$ zeigte, so muß man zuerst davon die Epoche oder 2′ 27″ subtrahiren, welches $8^h\ 4'\ 33''$ gibt. Da ferner vom 1 Junius 7 Tage 8 Stunden oder $7\frac{1}{3}$ Tage verflossen sind, so ist die Voreilung der Uhr in dieser Zeit $7\frac{1}{3}$ mal $9''=66''$ $=1'\ 6''$, die noch subtrahirt werden müssen: es war also 8 Uhr 3′ 27″ Petersburger mittlerer Sonnen-Zeit. Man wird leicht von selbst darauf verfallen, daß es sicherer ist, die nächste Beobachtung zur Epoche, und die aus den zwey nächsten Beobachtungen geschlossene tägliche Acceleration oder Retardation für den mittleren Gang an zu nehmen. Im vorigen Beyspiel wäre demnach die Epoche $= 3'\ 12''$, die Zwischen-Zeit $= 2\frac{1}{3}$ Tage, und die tägliche Acceleration $= 3'\ 12'' - 3'\ 3'' = 9''$. Dies gibt $2\frac{1}{3}$ mal $9''=21''$, und die mittlere Zeit $=8^h\,7'-(3'12''+21'')=8^h\,3'\,27''$, wie vorhin.

§. 23. Interpolation.

§. 23. Ehr wir weiter gehn, wird es nöthig seyn, durch ein Beyspiel zu zeigen, wie man aus dem See-Kalender, wo die Zeitgleichung (§. 8.), die Länge der Sonne (§. 5.), ihre Abweichung (§. 5.), ihr Halbmesser (§. 20.), für jeden Mittag, die sich auf den Mond beziehenden Winkel aber für jeden Mittag und jede Mitternacht angegeben sind, diese Größen für die Zeit eines andern Orts sucht, dessen Länge von Greenwich ungefähr bekannt ist. Diese Rechnung die man Interpolation nennt, beruht auf folgenden Gründen. Aus der Zeit und Länge des Orts findet man die Zeit in Greenwich, also ihren Unterschied t vom nächsten Greenwicher Mittage. Aus jenen Grö-

ßen an den beyden Mittagen, oder an dem Mittage und der Mitternacht, zwischen welche diese Zeit fällt, hat man ihre Aendrung in 24 oder in 12 Stunden, a. Man sucht also die Aendrung x in der Zeit t durch die Proportion: 24 oder 12 St. zu t, wie a zu x; da dann 24 oder 12 St. und t beyde in Minuten oder in Sekunden ausgedrückt werden müssen. Hiebey muß man also folgendes wissen:

24 Stunden sind 1440 Min. oder 86400 Sek.

1 Grad ist 60′ oder 3600″. 360° sind 21600′ oder 1296000″.

St. Petersburg liegt östlich von Greenwich 2 Stunden 1′ 17″.

Die Sekunden verwandelt man in Minuten, und die Minuten in Stunden und ihre Dezimal-Theile, durch die Division durch 60. So ist z. B. 39″ = 0′,65; und diese wiederum = 0,010833 ..... Stunden.

Wenn der Unterschied der Länge in Graden gegeben ist (z. B. wenn man ihn aus den Karten nimt), so verwandelt man ihn in Zeit durch die Division mit 15 (§. 8. 9.), wozu die VI. Tafel dient; ist er aber in Zeit gegeben, so verwandelt man ihn in Grade durch die Multiplikation mit 15 (VII. Tafel).

§. 24. Die erste Seite jedes Monats, I. im See-Kalender, enthält die §. 24. Beyspiel.
Länge und Abweichung der Sonne, nebst der Zeitgleichung; die II. Seite die Horizontal-Parallaxe des Monds. Gesetzt, ein Ort A liege um 15° oder 1 St. östlich von Petersburg, also 3^h 1′ 17″ östlich von Greenwich, die man also von jeder Zeit in A subtrahiren muß, um die Greenwicher Zeit zu haben (§. 9.). Sucht man nun für den Mittag des Orts A am 22 Julius 1819 Alt. St. obige Größen, so muß man sie für den 21 und 22 Jul. nehmen, weil der Mittag in A 3^h 1′ 17″ vor dem Greenwich. Mittage, also noch in den 21 Julius fällt. Man findet in dem See-Kalender für 1819, wie folgt.

	Zeitgleichung	Länge der ☉	Abweichung der ☉	Horiz. Parall. des ☾	
21 Julius	5′. 57″, 8.	4ˢ. 9°. 17′. 34″.	17°. 56. 59″.	60′. 21″.	
22 ——	5. 53, 8.	4 . 10. 15 . 0	17 . 41. 37.	60 . 41.	
Tägl. Aendrung =	— 4, 0.	+ 57. 26.	— 15. 22.	+ 20.	in 12^h.

Hieraus erhält man, da 3^h 1′ 17″ = 10877″ oder 181′, 3; und 57′ 26″ = 3446″; 15′ 22″ = 922″ sind, folgende Proportionen:

$$1440 \text{ zu } 181,3 \text{ wie } \left\{\begin{array}{r} 4'' \\ 3446'' \\ 922 \end{array}\right\} \text{ zu } \left\{\begin{array}{l} 0'',5 \\ 433'',9 = 7'13'',9. \\ 116'',1 = 1'56'',1. \end{array}\right.$$

720 zu 181, 3 wie 20″ zu 5″,0.

Es ist also die gesuchte Zeitgleichung 5′53″, 8 + 0″, 5 = 5′54″,3 oder die mittlere Zeit = der wahren Zeit + 5′54″,3;

die Länge der Sonne $= 4^s 10° 15' 0'' - 7' 13'',9 = 4^s 10° 7' 46'',1$;
ihre Abweichung $= 17° 41' 37'' + 1' 56'',1 = 17° 43' 33'',1$ Nordlich;
Die Monds-Parallaxe $= 60' 41'' - 5'' = 60' 36''$.

Hätte man diese Größen nicht für den Mittag, sondern z. B. für 9 Uhr Abends gesucht, so wäre die Greenwicher Zeit 9^h weniger $3^h 1' 17'' = 5^h 58' 43''$. Man hätte also jene Größen vom 22 und 23 Julius nehmen, und statt $3^h 1' 17''$, $5^h 58' 43''$, nicht wie oben, vor, sondern nach dem Mittage des 22 Jul. setzen müssen.

§. 25. Bedeckung der Sterne von einem irdischen Gegenstande.

§. 25. Um den täglichen mittleren Gang der Uhr zu finden, gibt es ein sehr einfaches Mittel, das man zur Berichtigung gewöhnlicher Taschen-Uhren, wenn man mit keinen astronomischen Instrumenten versehen ist, mit Nutzen gebrauchen kann, aber auch nur dann gebrauchen darf. Man bemerkt nämlich mehrere Tage nach einander die Uhr-Zeit, da ein Fixstern hinter einem scharf begränzten Gegenstande, z. B. der Ecke eines Gebäudes oder einem Thurm, verschwindet. Es versteht sich, daß man jedesmal auf derselben Stelle stehn, und das Gebäude weit genug entfernt seyn müsse. In der Zeit, da der Stern an zwey auf einander folgenden Abenden auf diese Art verschwindet, hat er einen ganzen Umlauf gemacht: es sind also $23^h 56' 4'',1$ mittlerer Sonnen-Zeit verflossen (§. 7.); was die Uhr in dieser Zeit mehr oder weniger als $23^h 56' 4'',1$ zeigt, ist ihre tägliche Acceleration oder Retardation. Da nach und nach mehrere Sterne auf diese Art bedeckt werden, so kann man diese Vergleichung der Uhr an einem Abend mit mehreren Sternen anstellen, und aus allen Resultaten ein Mittel nehmen. Findet sich kein solches Gebäude, so hängt man zwey Fäden mit Gewichten an der Decke des Zimmers auf, und bemerkt die Uhr-Zeit, wenn ein Stern von diesen zwey Fäden bedeckt wird. Es zeige z. B. die Uhr, als die Sterne A und B bedeckt wurden, folgende Zeiten:

	Stern A	Stern B
Am 1 Febr.	$7^h . 25' . 13'', 5.$	$8^h . 5' . 2'', 0.$
— 2 —	7 . 21 . 26 , 5.	8 . 1 . 15, 0.
— 3 —	7 . 17 . 38 , 5.	7 . 57 . 27, 5.
— 4 —	7 . 13 . 52 , 5.	7 . 53 . 40, 0.

so erhellt, daß die Uhr in 3 Tagen weniger als 3 mal 24 St. zeigte, aus dem Stern A, $11' 21''$, aus B, $11' 22''$; das Mittel ist $11' 21'',5$ welches durch 3 dividirt $3' 47'',17$ gibt. Nun sollte die Uhr in einem Sterntage $23^h 56' 4'',1$ also $3' 55'',9$ weniger als 24 St. zeigen; sie zeigte aber nur $3' 47'',17$ weniger, folglich zu viel, und ihre Acceleration in einem Sterntage ist $8'',73$. Eben dies erhält man kürzer, und für jeden einzelnen Tag besonders, auf folgende Art. Die Zeiten, die die Uhr

bey der Kulmination des Sterns A gezeigt hat, nach der Reihe von einander abgezogen, geben $23^h\ 56'13''$, $23\ 56'12''$, und $23^h\ 56'14''$: und von jedem $23^h\ 56'4'',1$ (welches die Uhr in dieser Zeit zeigen sollte) subtrahirt, gibt die täglichen Accelerationen an diesen 3 Tagen, $8'',9$; $7'',9$; $9'',9$; wovon das Mittel ist $8'',9$. Aus dem Sterne B findet man eben so, $23^h\ 56'\ 13'',0$; $23^h\ 56'12'',5$; $23^h\ 56'12'',5$; also die täglichen Accelerationen, $8'',9$: $8'',4$; $8'',4$; wovon das Mittel ist $8'',567$. Das Mittel zwischen diesem und $8'',9$ gibt ebenfalls $8'',73$. Der Sonnen-Tag ist um $4'$ länger als der Sterntag, d. h. um $\frac{1}{15}$ einer Stunde oder $\frac{1}{360}$ eines Tages: die Acceleration in einem Sonnentage ist also um $\frac{8'',73}{360} = 0'',024$ größer, folglich der mittlere Gang der Uhr $= + 8'',754$.

§. 26. Korrespondirende Höhen.

§. 26. Bey dieser Methode brauchte man gar keine Höhe zu nehmen; man erhielt aber auch nicht die wahre Zeit, sondern nur den mittleren täglichen Gang der Uhr: man erfuhr nicht, um wie viel die Uhr zu früh oder zu spät, sondern um wie viel sie zu schnell oder zu langsam geht. Die Methoden, die wahre Zeit selbst durch Höhen zu finden, lassen sich wider in zwey Gattungen theilen; man mißt entweder die Höhe selbst in Graden, Minuten, ꝛc. oder man beobachtet zwey gleiche Höhen desselben Weltkörpers vor und nach der Kulmination. Das Mittel zwischen den Zeiten beyder Beobachtungen gibt die Uhr-Zeit der Kulmination (§. 6.). Diese Methode der korrespondirenden Höhen hat die Vorzüge: 1) daß der Fehler des Sextanten, Refraktion, ꝛc. auf beyde Höhen, da sie gleich sind, denselben Einfluß, also auf das Resultat gar keinen Einfluß hat; 2) daß man den Sextanten vorher auf eine ganze Grad-Abtheilung stellen kann, und nicht nöthig hat, die Unter-Abtheilungen mit dem Nonius zu messen oder zu schätzen. Ueberhaupt hat man dabey folgende Regeln zu bemerken. 1) Die Höhen müssen nicht zu nahe bey dem Meridian genommen werden, weil sich da die Höhen sehr langsam ändern, also ein kleiner Fehler in der Höhe einen beträchtlichen Fehler in der Zeitbestimmung nach sich zieht: bey den meisten Sternen ist die beste Zeit 2 bis 3 Stunden vor und nach ihrer Kulmination, wo sich nämlich ihre Höhen am schnellsten ändern. 2) In unserm Klima ist es nicht rathsam, südliche Sterne oder die Sonne im Winter zu beobachten, weil die Refraktion auf die zu kleinen Höhen einen schädlichen Einfluß hat, indem sie da zu sehr von der Witterung oder Beschaffenheit der Luft abhängt, also nach der Kulmination in gleicher Höhe anders seyn kann, als vor der Kulmination. Ist man aber dazu gezwungen, so nimt man die Höhen so nahe am Horizont, als die Dünste es erlauben. 3) Im April sind die besten Sonnen-Höhen von 10° bis 20°, im May von 23°, im Junius von 25°, im

Julius von 25° bis 17°, im August von 17° bis 8°. 4) Nördliche Sterne werden nach ihrer verschiedenen Abweichung am besten in den Höhen beobachtet, die nebenstehende Tabelle anzeigt. 5) Man muß so viele korrespondirende Höhen beobachten, als es die Umstände erlauben, um aus allen ein Mittel zu nehmen. 6) Die Uhr-Zeit der Kulmination ist die halbe Summe der Zeiten, die die Uhr in beyden korrespondirenden Beobachtungen zeigte: da man dann, wenn eine vor, die andre nach 12 Uhr fällt, zur letztern 12 Stunden addiren muß. 7) Man muß bey allen diesen Methoden die Breite und Länge des Orts ungefähr kennen, wozu eine gute Karte hinreicht: diese beyläufige Länge und Breite wird also in der Folge immer vorausgesetzt werden.

Nördl. Abw.	in der Höhe
5°.	$5\frac{3}{4}$°.
10.	$11\frac{1}{2}$.
15.	$17\frac{1}{2}$.
20.	$23\frac{1}{4}$.
25.	$29\frac{1}{4}$.
30.	$35\frac{1}{4}$.
35.	$41\frac{1}{2}$.
40.	48.
45.	$54\frac{1}{2}$.
50.	$62\frac{1}{2}$.
55.	71.

§. 27. Korrespondirende Stern-Höhen.

§. 27. Aus jedem Paar korrespondirender Höhen findet man die Zeit, welche die Uhr im Augenblick der Kulmination zeigte (§. 26. n. 6.): das Mittel aus mehreren Paaren gibt diese Uhr-Zeit, die wir T nennen wollen, genauer. Es kömmt nun nur darauf an, die mittlere oder die wahre Sonnen-Zeit t in eben diesem Augenblick zu kennen; da dann der Unterschied zwischen T und t anzeigt, wie viel die Uhr im Augenblick der Kulmination von mittlerer oder wahrer Zeit abwich. Die wahre Zeit t findet man leicht aus der im See-Kalender für jeden Mittag angegebenen wahren Rektaszension der Sonne; und daraus, vermittelst der Zeitgleichung, auch die mittlere Zeit. Die VIII. Tafel gibt die Rektaszension des Sterns am Tage der Beobachtung in Zeit $= R$; und man kennt immer beyläufig die östliche Länge des Beobachtungs-Orts von Greenwich: sie sey vermittelst der Division durch 15 in Zeit ausgedrückt, und betrage n Stunden. Wenn nun die gleichfalls in Zeit ausgedrückten Rektaszensionen der Sonne im See-Kalender, am Mittage des Tages da die Beobachtung gemacht ist, und am vorhergehenden, b und a heißen, so ist ihre Aendrung in 24 Stunden $= b - a$, und ihre Aendrung vom wahren Mittage am Beobachtungs-Orte bis zu dem in Greenwich findet man durch die Proportion, 24 St. zu n Stunden wie $b - a$ zu dieser Aendrung: sie ist also $\frac{n}{24}(b-a)$, mithin die wahre Rektaszension der Sonne im Mittage des Beobachtungs-Orts $= b - \frac{n}{24}(b-a)$, die c heißen mag. Die gesuchte wahre Zeit t der Kulmination des Sterns ist nichts anders als der in Zeit verwandelte westliche Stunden-Winkel der Sonne $M\odot$ (3. Fig.) in dem Augenblick da der Stern im Meridian M war; und wenn Υ der Frühlings-Punkt ist, von dem die Rektaszensionen gezählt werden (§. 5.). so ist $M\odot = \Upsilon M - \Upsilon\odot$, und ΥM, $\Upsilon\odot$ sind die Rektaszensionen des Sterns und der Sonne im Augenblick der Kul-

mination. Die erstre in Zeit ausgedrückt heißt R: nennt man also letztre x, so ist der in Zeit verwandelte Bogen $M\odot = R - x$, d. i. $t = R - x$. Nun war die Rektaszension der Sonne im Mittage des Beobachtungs-Orts $= c$: sie hat also in der Zeit t, um welche die Kulmination nach dem Mittage fällt, um einen Bogen zugenommen, den man durch die Proportion findet,

24 St. zu t, wie $b - a$ zu diesem Bogen $= \frac{t(b-a)}{24\,\text{St.}}$;

folglich ist $x = c + \frac{t(b-a)}{24^h}$. Setzt man dies in die Gleichung $t = R - x$, so erhält man $t = R - c - \frac{t(b-a)}{24^h}$, also $t\left(1 + \frac{b-a}{24^h}\right) = R - c$, d. i.

$$t = \frac{R - c}{1 + \frac{b-a}{24^h}},$$

wo c durch die obige Gleichung gegeben ist,

$$c = b - \tfrac{n}{24}(b - a).$$

Beyspiel. An einem Orte der ungefähr 50° 18′ östlich von Greenwich liegt, hat man am 30 August 1819 Alt. St. die Kulmination des Markab im Pegasus Abends beobachtet, als die Uhr $11^h\,41'\,13''$ zeigte. Es ist also

$T = 11^h\,41'\,13''$, und $n = \frac{50^\circ\,18'}{15} = \frac{50,3}{15} = 3{,}35333\ldots$

Im See-Kalender für 1819 findet man die Rektaszension der Sonne am 29 und 30 August, 167° 56′ 55″ und 168° 50′ 52″, oder in Zeit (VI. Taf.)

$a = 11^h\,11'\,47'',7$; $b = 11^h\,15'\,23'',5$; also $b - a = 3'\,35'',8$;

$\frac{b-a}{24^h} = 0{,}0025$; mithin $t = \frac{R-c}{1{,}0025}$, und $\frac{n}{24} = 0{,}1397222\ldots$

also $\frac{n}{24}(b-a) = 30'',15$ und $c = 11^h\,14'\,53'',35$.

Die VIII. Tafel gibt die Rektaszension des Markab am 30 August 1819 $= 22^h\,55'\,47'',58 = R$, also $R - c = 11^h\,40'\,54'',23$; und dies durch 1,0025 dividirt, gibt $t = 11^h\,39'\,9'',36$ und $T - t = 2'\,3'',64$.

Um so viel ging also die Uhr, im Augenblick der Kulmination des Sterns, vor wahrer Zeit voraus: und die wahre Greenwicher Zeit der Beobachtung war $11^h\,39'\,9'',36 - 3^h\,21'\,12'' = 8^h\,17'\,57'',36 = 8^h,3$. Nun war die Zeitgleichung am Greenwicher Mittage den 30 August $= -3'\,15'',6$, am 31 $= -3'\,36'',3$; ihre tägliche Aendrung $= 20'',7$; mithin die Aendrung in 8,3 Stunden $= 7'',16$; und die Zeitgleichung im Augenblick der Beobachtung $= -3'\,22'',76$; also die mittlere Zeit der Beobachtung $= 11^h\,39'\,9'',36 - 3'\,22'',76 = 11^h\,35'\,46'',6$.

Die Uhr ging demnach vor mittlerer Zeit voraus $11^h\ 41'\ 13'' - 11^h\ 35'\ 46'',6 = 5'\ 26'',4$.

§. 28. Korrespondirende Sonnen-Höhen.

§. 28. Das Mittel zwischen jedem Paar korrespondirender Sonnen-Höhen gibt die Uhr-Zeit T im Augenblick der Kulmination, also im wahren Mittage. Allein diese Zeit, die man den unverbesserten Mittag nennt, erfodert wegen der eigenen Bewegung der Sonne (§. 7.) eine Korrektion, bey der man auch die Polhöhe des Orts A ungefähr kennen muß, so wie die Länge der Sonne (L) im wahren Mittage des Orts A, die man nach §. 24. findet. Sie gründet sich auf folgendem. Wenn z. B. von Vormittage bis Nachmittage, die nordliche Abweichung der Sonne zunimt, oder die südliche abnimt (so wie es in den 3 ersten und den 3 letzten Zeichen der Länge der Sonne d. i. im Frühling und Winter der Fall ist), so wird die Sonne nach Mittage, bey gleicher Entfernung vom Meridian noch höher stehen, als vor Mittage, weil sie dem Nordpol näher gekommen ist: sie wird sich also weiter nach Westen entfernen müssen, um zu derselben Höhe herab zu sinken; mithin fällt auch das Mittel zwischen beyden gleichen Höhen westlich vom Meridian, oder nach dem wahren Mittage: um also die Zeit des wahren Mittags zu haben, muß man von jenem Mittel etwas abziehen, welches eben die Korrektion der X. und XI. Tafel ist, die daher in den 3 ersten und letzten Zeichen subtrahirt, in den übrigen 6 Zeichen aber addirt wird, weil sich dann die Sonne dem Südpole nähert. Da diese Korrektion von der Aendrung der Abweichung der Sonne abhängt, so wird sie desto beträchtlicher seyn, je mehr sich die Abweichung zwischen den Beobachtungen ändert, also 1) je länger die Zwischenzeit ist, 2) je schneller die Sonne an diesem Tage ihre Abweichung, nach ihrer verschiedenen Lage in ihrer Bahn, ändert: die Korrektion muß also zwey Argumente haben, die Zwischenzeit und die Länge der Sonne. In den Aequinoktialpunkten (wo die Länge der Sonne 0^s und 6^s ist) ändert sie ihre Abweichung am schnellsten, und die Korrektion ist am grösten; in den Solstitialpunkten aber (wo ihre Länge 3^s und 9^s ist) ändert sie ihre Abweichung unmerklich, und die Korrektion wird $= 0$.

Ueberhaupt beruht diese Korrektion auf folgenden Gründen. In jedem sphärischen Dreyeck PLZ (3. Fig.) ist (§. 12. n. 11.)

$$\cos P \sin PZ \sin PL = \cos ZL - \cos PZ \cos PL.$$

Dies gibt, wenn P der Pol, Z das Zenit, L ein Weltkörper ist, und man seine Höhe α, seine Deklination δ, die Polhöhe β, und den Stunden-Winkel γ nennt, $P = \gamma$, $ZL = 90° - \alpha$, $PZ = 90° - \beta$, $PL = 90° - \delta$, also wird jene Gleichung

$$\text{(A)}\quad \cos\gamma \cos\beta \cos\delta = \sin\alpha - \sin\beta \sin\delta.$$

Wenn sich nun die Abweichung ändert, so daß $\delta + x$ aus δ wird, so muß auch der Stunden-Winkel bey gleicher Höhe sich ändern, oder es wird $\gamma + y$ aus γ. Die Winkel α, β, ändern sich nicht: letztrer, weil vor und nach Mittage unter derselben Polhöhe β beobachtet ist, erstrer, weil beyde korrespondirenden Höhen α von gleicher Größe sind. Setzt man also $\delta + x$ statt x, und $\gamma + y$ statt γ, in der Gleichung (A), so wird sie

$$\cos\beta \cos(\delta + x) \cos(\gamma + y) = \sin\alpha - \sin\beta \sin(\delta + x), \text{ d. i.}$$

$$\cos\beta (\cos\delta \cos x - \sin\delta \sin x)(\cos\gamma \cos y - \sin\gamma \sin y)$$
$$= \sin\alpha - \sin\beta(\sin\delta \cos x + \cos\delta \sin x) \text{ (§. 12. n. 4. 6.)},$$

oder wenn man wirklich die Faktoren in einander multiplizirt,

$$\cos\beta \cos\delta \cos\gamma \cos x \cos y - \cos\beta \cos\delta \sin\gamma \cos x \sin y - \cos\beta \sin\delta \cos\gamma \sin x \cos y$$
$$+ \cos\beta \sin\delta \sin\gamma \sin x \sin y = \sin\alpha - \sin\beta \sin\delta \cos x - \sin\beta \cos\delta \sin x.$$ Pleonasmus

Da nun die Aendrungen x, y, der Abweichung und des Stunden-Winkels, während der Beobachtung der korrespondirenden Höhen nur sehr geringe seyn können, so sind die Bogen x, y, von ihren Sinus unmerklich verschieden, so wie ihre Kosinus fast gleich $\cos 0 = 1$ sind. Setzt man also $\sin x = x$, $\sin y = y$, $\cos x = 1$, $\cos y = 1$, so wird die letzte Gleichung

$$\cos\beta \cos\delta \cos\gamma - y \cos\beta \cos\delta \sin\gamma - x \cos\beta \sin\delta \cos\gamma$$
$$+ xy \cos\beta \sin\delta \sin\gamma = \sin\alpha - \sin\beta \sin\delta - x \sin\beta \cos\delta.$$

Wegen der Gleichung (A) heben sich das erste Glied, und die zwey ersten Glieder nach dem Zeichen $=$ einander auf. Da überdem das Produkt xy gegen die übrigen Glieder sehr klein ist, so kann man auch das letzte Glied vor dem Zeichen ($=$) weglassen. Wenn man dann auf beyden Seiten das Zeichen $+$ statt $-$ setzt, so verwandelt sich jene Gleichung in

$$\text{(B)}\ y \cos\beta \cos\delta \sin\gamma + x \cos\beta \sin\delta \cos\gamma = x \sin\beta \cos\delta.$$

Dividirt man nun (B) durch $\cos\beta \cos\delta$, so wird, weil (§. 12. n. 2.) $\frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \operatorname{tang}\beta$, $\frac{\sin\delta}{\cos\delta} = \operatorname{tang}\delta$ ist, $y \sin\gamma + x \cos\gamma \operatorname{tg}\delta = x \operatorname{tg}\beta$, oder

$$y \sin\gamma = x(\operatorname{tg}\beta - \cos\gamma \operatorname{tg}\delta), \text{ d. i.}$$

$$\text{(C)}\ y = x\left(\frac{\operatorname{tg}\beta}{\sin\gamma} - \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg}\gamma}\right).$$

Nun sey (4. Fig.) HR der Horizont, PZM der Meridian, P der Pol, Z das Zenit. Hat man nun vor Mittage die Sonne in A, ihre Höhe $AB = \alpha$ beobachtet, und ihre Deklination änderte sich nicht, so würde nach Mittage, wenn sie dieselbe Höhe

$ab = \alpha$ hat, auch ihr Stunden-Winkel oder $APN = aPN$, $AN = aN$ seyn; und das Mittel zwischen den Beobachtungen in A und a würde die Zeit des Mittags N geben. Hat aber ihre nordliche Deklination zu, oder ihre südliche abgenommen, so daß sie sich dem Nord-Pol nähert, so wird sie, wenn sie in den Stunden-Kreis Pa kömmt, nicht in a, sondern noch höher in c stehn, so daß sie statt des Parallels ANa die krumme Linie AcC beschreibt. Zieht man also AaC dem Horizont parallel, so wird die Sonne erst in C die gleiche Höhe CD erreichen: man hat also die beyden Höhen AB, CD, beobachtet. Das Mittel zwischen beyden Zeiten gibt, wenn man AC in E halbirt, nicht den wahren Mittag, sondern den Durchgang durch den Stunden-Kreis PFE, also den Mittag zu spät. Hat die Uhr bey den Beobachtungen in A und C, die Zeiten a und c gezeigt, so ist die Zwischen-Zeit $c - a = t$, und der unverbesserte Mittag $\frac{a+c}{2} = a + \frac{t}{2}$. Da nun der Stunden-Winkel $APN = \gamma = aPN$, und $aPC = y$ ist, also der ganze Stunden-Winkel $APC = 2\gamma + y$, so wird, wenn die Uhr nach Sonnen-Zeit regulirt ist, $360^\circ : 2\gamma + y = 24^h : t$ seyn, also $t = \frac{2\gamma + y}{360^\circ} 24^h = \frac{2\gamma + y}{15^\circ} 1^h$. Nennt man ferner s die Zeit, in welcher der Winkel $APN = \gamma$ durchlaufen wird, so ist $360^\circ : \gamma = 24^h : s$, also $s = \frac{\gamma}{360^\circ} 24^h = \frac{\gamma}{15^\circ} 1^h$; und die Zeit des wahren Mittags $= a + s$. Der unverbesserte Mittag war $= a + \frac{1}{2} t$, also der Unterschied beyder, oder die Korrektion des Mittags, die man zum Mittel zwischen beyden Uhr-Zeiten addiren muß, $z = (a + s) - (a + \frac{1}{2} t) = s - \frac{1}{2} t = \frac{\gamma}{15^\circ} 1^h - \frac{\gamma + \frac{1}{2} y}{15^\circ} 1^h$, d. i. $z = -\frac{\frac{1}{2} y}{15^\circ} 1^h = -\frac{y}{30^\circ} 1^h = -\frac{y}{30''}$ 1 Sekunde. Drückt man also auch y in Sekunden aus, so wird $z = -\frac{y}{30}$ Sekunden, d. h. die Korrektion besteht darin, daß man vom unverbesserten Mittage $\frac{y}{30}$ Sek. subtrahirt. Substituirt man also den obigen Werth von y (C), so erhält man die zu addirende Korrektion des Mittags

$$\text{(D)} \quad z = \frac{x}{30} \left(\frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{\operatorname{tg} \beta}{\sin \gamma} \right) \text{ Sekunden,}$$

wo die Aendrung der Abweichung (x) während der Zeit zwischen beyden korrespondirenden Höhen in Sekunden eines Grads ausgedrückt seyn muß. Den Winkel γ findet man, wenn man die halbe Zwischen-Zeit in Bogen verwandelt (VII. Taf.). Nennt man also die in Stunden und ihren Dezimal-Theilen ausgedrückte halbe Zwischen-Zeit t, so ist $\gamma = 15\, t$ in Graden und deren Dezimal-Theilen. Nennt man ferner d die tägliche Aendrung der Abweichung der Sonne, so gibt die Proportion

$$24 : 2t = d : x, \quad x = \frac{t}{12} d;$$

und man findet δ und d für jede Länge der Sonne aus den astronomischen Tafeln, oder für jeden Mittag aus dem See-Kalender. Dies gibt

$$z = \frac{td}{360}\left(\frac{\mathrm{tg}\,\delta}{\mathrm{tg}\,15t} - \frac{\mathrm{tg}\,\beta}{\sin 15t}\right).$$

Nennt man $\frac{d}{360} = a$, $\frac{t}{\sin 15t} = \mathfrak{a}$, $\frac{d\,\mathrm{tg}\,\delta}{360} = b$, $\frac{t}{\mathrm{tg}\,15t} = \mathfrak{b}$, und $\frac{d}{360} \cdot \frac{t}{\sin 15t}\,\mathrm{tg}\,\beta = A$, $\frac{d\,\mathrm{tg}\,\delta}{360} \cdot \frac{t}{\mathrm{tg}\,15t} = B$, so ist $z = B - A$, und

$$\log A = \log a + \log \mathfrak{a} + \log \mathrm{tg}\,\beta,\ \log B = \log b + \log \mathfrak{b}.$$

Es sey z. B. unter der Polhöhe von 54°, am 18 Okt. 1819 alt. St. beobachtet, und die Zwischen-Zeit = 6 Stunden: so ist $t = 3$; γ oder $15t = 45°$, $\beta = 54°$. Aus dem See-Kalender sieht man, daß an diesem Tage die südliche Abweichung der Sonne $= 13° 36' 53''$, und die tägliche Zunahme $= 19' 50''$: man hat also $\delta = -13° 36' 53''$, und $d = -19' 50'' = -1190''$, $\frac{d}{360} = -3'',30555\ldots$ Es ist also $\log t = 0,477.12$; $\log \mathrm{tg}\,15t = 0$; $\log \sin 15t = 9,849.48$; $\log \mathfrak{b} = \log t = 0,477.12$; $\log \mathfrak{a} = 0,627.64$; $\log a = 0,519.24$ (neg.), $\log \mathrm{tg}\,\delta = 9,384.17$ (neg.), $\log b = 9,903.41$ (pos.), und $\log \mathrm{tg}\,\beta = 0,138.74$. Dies gibt B positif und $\log B = 0,380.53$; A negatif und $\log A = 1,285.62$; also $B = +2'',402$; $A = -19'',303$; und $z = 2'',402 + 19'',303 = +21'',7$.

Die Größen a, b, hängen beyde von der Lage der Sonne in ihrer jährlichen Bahn, also von ihrer Länge ab: man kann also beyde in einer Tafel berechnen, welche die Länge der Sonne zum Argument hat. Die X. Tafel enthält für jede Länge der Sonne, die man für den Mittag der Beobachtung aus dem See-Kalender nimt, die Logarithmen von a und b. Die Größen $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, hängen bloß von der halben Zwischen-Zeit t ab: ihre Logarithmen findet man in der XI. Tafel. Die aus beyden Tafeln gefundenen Logarithmen von a und $\mathfrak{a}$, so wie von b und $\mathfrak{b}$, werden beständig addirt, und zu der ersten Summe noch der Logarithme der Tangente der Polhöhe addirt: so hat man

$$l\,A = l\,a + l\,\mathfrak{a} + l\,\mathrm{tg}\,\beta, \text{ und } l\,B = l\,b + l\,\mathfrak{b}.$$

Die hiezu gehörigen Zahlen sucht man in den Logar. Tafeln auf, welche A und B in Sekunden geben. Nun muß man noch folgendes merken. Im Frühlinge, oder von 0^s bis 3^s der Länge der Sonne, ist die Korrektion des Mittags $z = B - A$, im Sommer, oder von 3^s bis 6^s, ist $z = A - B$, im Herbst, oder von 6^s bis 9^s, $z = A + B$, im Winter, oder von 9^s bis 12^s, $z = -(A + B)$; welches auch bey der X. Tafel angezeigt ist.

Die Berechnung der korrespondirenden Höhen wird auf folgende Art gemacht. Nennt man m, n, die beyden Zeiten, welche die Uhr bey derselben Höhe der Sonne vor und nach Mittage gezeigt hat, so ist der unverbesserte Mittag

$= \frac{m+n}{2}$, und die halbe Zwischen-Zeit $= \frac{n-m}{2}$. Nun nimt man zwischen allen Werthen von $\frac{m+n}{2}$, die man aus allen Paaren korrespondirender Höhen gefunden hat, das Mittel = T, und zwischen dem grösten und dem kleinsten Werthe von $\frac{n-m}{2}$, die man aus dem ersten und dem letzten Paare findet, das Mittel = *t*, so ist T der unverbesserte Mittag, und *t* dient zum Argument in der XI. Tafel.

Beyspiel. An einem Orte A, dessen Breite = 44° 9′, und dessen östliche Länge von Greenwich = 2 Stund. 54′ ist, hat man am 22 Jul. 1819 alt. St. mehrere Paare korrespondirender Höhen genommen, als die Uhr folgende Zeiten anzeigte:

Uhr-Zeit vor Mittage	Uhr-Zeit nach Mittage	Unverbesserter Mittag	Halbe Zwischen-Zeit
$8^h.42'.30'',6$	$1^h.15'.21'',0$	$10^h.58'.55'',8$	$2^h.16'.25'',2$
„ 43. 13, 0	„ 14. 38, 8	„ „ 55, 9	
„ 43. 55, 6	„ 13. 55, 0	„ „ 55, 3	
„ 44. 40, 4	„ 13. 11, 6	„ „ 56, 0	
„ 45. 22, 8	„ 12. 28, 8	„ „ 55, 8	2. 13. 33, 0
		Mittel =	Mittel =
		$10^h.58'.55'',76$	$2^h. 15'. 0''.$

Nach dem See-Kalender war an diesem Tage zu Mittage in Greenwich, die Länge der Sonne = $4^s\ 10°\ 15'\ 0''$, und am vorigen Tage = $4^s\ 9°\ 17'\ 34''$: in $2^h\ 54'$ ändert sie sich also ungefähr um 7′, so daß sie im Mittage des Orts A = $4^s\ 10°\ 8'$ war. Mit dieser Länge findet man in der X. Taf. log *a* = 0, 411. 69; log *b* = 9, 916. 31; und mit der halben Zwischen-Zeit = $2^h\ 15'$ erhält man aus der XI. Taf. log a = 0, 607. 44; log b = 0, 527. 29. Endlich hat man log tg β = 9, 987. 11. Dies gibt log A = 1, 006. 24; log B = 0, 443. 60; mithin A = 10″,145; B = 2″, 777. Da nun die Länge der Sonne zwischen 3^s und 6^s fällt, so wird die Korrektion des Mittags z = A — B = + 7″, 37. Die Uhr zeigte also im wahren Mittage = $10^h\ 58'\ 55''$, 76 + 7″, 37 = $10^h\ 59'\ 3''$, 13; ging also nach wahrer Zeit zu spät = $1^h\ 0'\ 56''$, 87. Für eben diese Zeit findet man im See-Kalender, die Zeitgleichung = + 5′ 55″, 8 + 0″, 5 = 5′ 54″, 3; also ging die Uhr nach mittlerer Zeit zu spät = $1^h\ 0'\ 56''$,87 + 5′ 54″,3 = $1^h\ 6'\ 51''$,2.

§. 29. Höhen-Messungen.

§. 29. Wenn es nicht angeht, korrespondirende Höhen zu nehmen, so kann man sich folgender Methode bedienen, bey der man die Polhöhe des Orts A, und die Abweichung des Weltkörpers, wenigstens sehr nahe kennen muß. Die Höhe muß genau gemessen, und auf gehörige Art korrigirt werden (§. 19.). Man hat

auch hier den Vortheil, daß man den Sextanten vorher genau auf eine Abtheilung des Bogens stellen kann; allein die Zeit, da der Stern diese Höhe erreicht, muß mit der größten Genauigkeit beobachtet werden. Auch muß man hier dieselben Regeln beobachten, die bey den korrespondirenden Höhen gegeben sind (§. 26.), d. h. man muß die Weltkörper zu der Zeit beobachten, da sich ihre Höhen am schnellsten ändern, also etwa 3 Stunden vor oder nach ihrer Kulmination. Aus dieser Höhe, nebst der bekannten Polhöhe und Abweichung, berechnet man den Stunden-Winkel des Weltkörpers auf folgende Art. Es sey (Fig. 3.) HR der Horizont, Z das Zenith, P der Pol, L der Weltkörper, dessen Höhe $LI = a$ gemessen ist: seine Abweichung sey $= \delta$, die Polhöhe $= \beta$; also kennt man im sphärischen Dreyeck ZPL die 3 Seiten, $ZP = 90° - \beta$, $ZL = 90° - a$, $PL = 90° - \delta$, woraus man den Winkel P durch die Formel (§. 12. n. 11.) $\cos P = \frac{\cos ZL - \cos PZ \cos PL}{\sin PZ \sin PL}$ findet. Nennt man also den Stundenwinkel $ZPL = h$, so erhält man $\cos h = \frac{\sin a - \sin\beta \sin\delta}{\cos\beta \cos\delta}$, folglich $1 - \cos h = \frac{\cos\beta \cos\delta + \sin\beta \sin\delta - \sin a}{\cos\beta \cos\delta} = \frac{\cos(\beta - \delta) - \cos(90° - a)}{\cos\beta \cos\delta}$;

Es sey η die Summe, θ die Differenz zweyer Winkel μ, ν, also $\mu = \frac{\eta + \theta}{2}$, $\nu = \frac{\eta - \theta}{2}$. Da nun überhaupt $\cos\theta$ oder $\cos(\mu - \nu) = \cos\mu \cos\nu + \sin\mu \sin\nu$ und $\cos\eta$ oder $\cos(\mu + \nu) = \cos\mu \cos\nu - \sin\mu \sin\nu$ ist (§. 12 n. 6. 7.), so wird $\cos\theta - \cos\eta = 2 \sin\mu \sin\nu = 2 \sin\frac{\eta + \theta}{2} . \sin\frac{\eta - \theta}{2}$. Substituirt man also $\beta - \delta$ statt θ, und $90° - a$ statt η, so wird

$$1 - \cos h = \frac{\cos\theta - \cos\eta}{\cos\beta \cos\delta} = \frac{2 \sin\frac{1}{2}(\eta + \theta) . \sin\frac{1}{2}(\eta - \theta)}{\cos\beta \cos\delta},$$

oder $\frac{1 - \cos h}{2} = \frac{\sin\frac{1}{2}(90° - a + \beta - \delta) . \sin\frac{1}{2}(90° - a - \beta + \delta)}{\cos\beta \cos\delta}$.

Da nun überhaupt $\sin\frac{1}{2}h = \sqrt{\frac{1 - \cos h}{2}}$ ist (§. 12. n. 8.), so erhält man endlich

$$\sin\tfrac{1}{2}h = \sqrt{\frac{\sin\frac{1}{2}(90° - a + \beta - \delta) . \sin\frac{1}{2}(90° - a - \beta + \delta)}{\cos\beta \cos\delta}}.$$

Man subtrahirt demnach die Abweichung von der Polhöhe, und die Höhe von 90°; erstres addirt man zu diesem, und subtrahirt es auch davon: so erhält man zwey Winkel, von deren jedem man die Hälfte nimt, und die Logarithmen der Sinus dieser beyden Hälften addirt. Von der Summe subtrahirt man die Logarithmen des Cosinus der Polhöhe und des Cosinus der Abweichung; vom Rest nimt man die Hälfte, die man als den Logarithmen eines Sinus ansieht, dessen Winkel man aufsucht. Das doppelte dieses Winkels ist der gesuchte Stunden-Winkel, den man

(VI. Tafel) in Zeit verwandelt. Hiebey ist nur noch zu merken, daß südliche Abweichungen negatif zu nehmen sind, daß man also die Abweichung, wenn sie südlich ist, zur Polhöhe addiren muß, statt sie davon zu subtrahiren. Im übrigen verfährt man auf eben die Art. Hat man die Sonne beobachtet, so ist dies die wahre Zeit der Beobachtung, die, wie oben (§. 24.), vermittelst der Zeitgleichung in mittlere Zeit verwandelt wird. Hat man aber einen Stern beobachtet, so findet man aus dem in Zeit verwandelten Stunden-Winkel C, die mittlere Zeit der Beobachtung eben so wie §. 27, wenn man von dem was dort R — *c* hieß, C subtrahirt oder dazu addirt, nachdem der Stern vor oder nach seiner Kulmination beobachtet ist. Ist nämlich der Stern in F, nach seiner Kulmination in M, beobachtet (Fig. 3.), so ist ♈F die Rektaszension des Sterns R, also ♈M = R + *b* oder R — *b*, nachdem der Stern nach oder vor seiner Kulmination beobachtet ist. Ist also C der in Zeit verwandelte Stunden-Winkel *b*, so muß man in den Gleichungen (§. 27.) R ± C statt R setzen, und dann ferner eben so wie dort verfahren.

Beyspiel. An einem Ort A, dessen Breite = 60°, und östliche Länge von Greenwich = $3^h 21'$ ist, hat man am 1 May 1819 alt. St. Morgens, als die Uhr $8^h 36' 46''$ zeigte, die doppelte Höhe des unteren Sonnen-Randes = 86° beobachtet; der Kollimations-Fehler war = + 13″. Dies gibt also

Beobachtete Höhe des untern ⊙ Randes	43°. 0′. 6″,5.
Refraktion	— 1. 2, 3
Parallaxe	+ 6, 3
Wahre Höhe des untern ⊙ Randes	42. 59. 10,5
Halbmesser der ⊙	+ 15.50,8
Wahre Höhe des Mittelpunkts	43. 15. 1,3.

Da der Ort $3^h 21'$ östlich von Greenwich liegt, so findet man aus dem See-Kalender die Abweichung der Sonne am Mittage dieses Orts = 18° 12′ 42″ nordlich, und die mittlere Zeit im wahren Mittage = $11^h 56' 4''$, 8: die Polhöhe ist 60°. Man sollte nun die Abweichung der Sonne für die Zeit der Beobachtung suchen; und mehrentheils kennt man, an jedem Ort wo man beobachtet, die Zeit der Beobachtung bis auf einige Minuten. Gesetzt nun, man wüste, daß die Beobachtung ungefähr 2 Stunden vor Mittage gemacht ist, so findet man für diese Zeit die Abweichung der Sonne = 18° 11′ 26″. Die Rechnung steht demnach so:

90° weniger der Höhe	46°. 44′. 58″,7.
Polhöhe weniger der Abweichung	41. 48. 34.
Summe	88. 33. 32″, 7.
Differenz	4. 56. 24, 7.
Halbe Summe	44. 16. 46, 3. = A.
Halbe Differenz	2. 28. 12, 3. = B.

$$\begin{array}{rl}
\text{log. sin A} = & 9,\ 8439547 \\
\text{log. sin B} = & 8,\ 6344544 \\
\hline
& 8,\ 4784091 \\
\text{Subtrah. log. cos Polhöhe} = & 9,\ 6989700 \\
\hline
& 8,\ 7794391 \\
\text{Subtrah. log. cos Abweichung} = & 9,\ 9777344 \\
\hline
& 18,\ 8017047 - 20. \\
\text{Hälfte} = & 9,\ 4008523 - 10. \\
\end{array}$$

Halber Stunden-Winkel $= 14°.\ 34'.\ 37'',5$

Ganzer Stunden-Winkel $= 29.\ \ 9.\ \ 15.$

in Zeit $= 1^h\ 56'\ 37'' = C.$

Da die Beobachtung vor Mittage gemacht ist, so war die wahre Zeit 12 Uhr weniger C $= 10^h\ 3'\ 23''$; aber die mittlere Zeit war an diesem Tage $3'\ 55'',4$ weniger als die wahre: folglich war im Augenblick der Beobachtung

die mittlere Zeit $= 9^h.\ 59'.\ 27'',6.$

die Uhr zeigte $= 8.\ \ 36.\ \ 46.$

also ging die Uhr zu spät $= 1.\ \ 22.\ \ 41,6.$ Da man eigentlich die Abweichung der Sonne im Augenblick der Beobachtung, also fast 2 Stunden vor Mittage, in obiger Formel gebrauchen muß, so kann man jetzt die Rechnung zum zweyten Mal vornehmen. Die Abweichung im Mittage war $= 18°\ 12'\ 42''$, und ändert sich (nach dem See-Kalender) in 24 Stunden um $15'\ 7'' = 907''$, also in $1^h\ 56'\ 37''$ um $73'',5$; folglich ist die wahre Abweichung $= 18°\ 11'\ 28'',5$; dies gibt die Polhöhe weniger der Abweichung $= 41°\ 48'\ 31'',5$; also $A = 44°\ 16'45'',1$; $B = 2°\ 28'\ 13'',6$; log sin A $= 9,8439521$; log sin B $= 8,6345179$; log cos Abweichung $= 9,9777326$. Hieraus findet man, wie oben, $\frac{1}{2}\,b = 14°\ 34'\ 41'',33$; $b = 29°\ 9'\ 22'',66$; und in Zeit, $C = 1^h\ 56'\ 37'',5$; wahre Zeit $= 12^h - C = 10^h 3'22'',5$; mittlere Zeit weniger als die wahre $= 3'\ 55''$; also mittlere Zeit $= 9^h\ 59'\ 27'',5$. Die Uhr zeigte $8^h\ 36'\ 46''$: folglich ging die Uhr zu spät nach mittlerer Zeit $= 1^h\ 22'\ 41'',5$; fast genau wie nach der ersten Rechnung.

Drittes Kapitel.

Bestimmung der geographischen Länge.

§. 30. Durch Chronometer.

§. 30. Da man nunmehr im Stande ist, an jedem Orte A wo man beobachtet, die wahre und mittlere Zeit zu finden, so darf man nur einen Chronometer mit sich führen, der nach der Petersburger Uhr gestellt ist, um aus Vergleichung beyder Zeiten unmittelbar den Unterschied der Länge beyder Oerter zu erhalten. Man ist z. B. aus Petersburg 1819 am 1 April alten Styls ausgereist, an welchem Tage der Chronometer, nach einer auf der Sternwarte angestellten Prüfung, 2′ 47″, 5 später als Petersburger Zeit ging; und man weiß, daß er täglich um 6″, 3 voreilt (beydes nach mittlerer Sonnen-Zeit). Am 1 May (30 Tage nachher) findet man durch eine der eben erklärten Methoden, daß es am Ort A 1 Uhr 36′ 53″,6 wahrer Zeit war, als der Chronometer $12^h 5' 5'',5$ zeigte. Aus den Ephemeriden findet man, daß an diesem Tage die mittlere Zeit 41″,9 mehr ist, als die wahre: daher es in A $1^h 37' 35'',5$ mittlere Zeit war. Die Uhr eilt in 30 Tagen 30 mal $6'',3 = 3' 9''$ vor, und ging am 1 April nach Petersburger Zeit 2′ 47″,5 zu spät, also am 1 May Mittags um 21″,5 zu früh: nun zeigte sie $12^h 3' 5'',5$; folglich war es $12^h 2' 44''$ Petersburger mittlerer Zeit, da es in A $1^h 37' 35'', 5$ war. Mithin liegt A von Petersburg östlich um $1^h 34' 51'',5$ oder um 23° 42′ 52″. Diese Rechnung war sehr einfach, weil die Beobachtung fast in den Mittag fiel. Fällt sie aber weit vom Mittage, so muß man aus dem Chronometer die genaue mittlere Zeit in Petersburg auf folgende Art herleiten. Zuerst sucht man aus dem Gange der Uhr, die mittlere Petersburger Zeit. Diese gibt zugleich die Greenwicher Zeit, für welche man aus dem See-Kalender die Zeitgleichung berechnet, welche zu der wahren Zeit in A, die aus den Beobachtungen gefunden ist, addirt oder davon subtrahirt, die mittlere Zeit in A gibt: und diese mit der mittlern Zeit in Petersburg oder Greenwich verglichen, gibt die Länge des Orts A. Gesetzt, der Chronometer ging am 1 Junius alten Styls 2′ 47″, 5 später als Petersburger Zeit, und eilte täglich 6″, 3 vor. Am 1 Julius Abends hat man durch eine Beobachtung in A die wahre Zeit $= 10^h 37' 48''$ gefunden, als der Chronometer $9^h 7' 3'',5$ zeigte, folglich die wahre Zeit in Petersburg sehr nahe $9^h 7' 3'',5 + 2' 47'',5 - 3' 9'' = 9^h 6' 42''$ war. Demnach steht die Rechnung so:

Voreilung des Chronometers vom 1 Jun. bis 1 Jul. Mittags, oder in 30 Tagen . .	= 3′. 9″.
Voreilung in $9^h\ 6'\ 42''$	= 0. 2 , 4.
Der Chronometer ging zu spät am 1 Junius .	= 2. 47 , 5.
Also im Augenblick der Beobachtung zu früh	= 0′. 23″, 9.
Er zeigte	= 9^h. 7′. 3″, 5.
Folglich Petersburger mittlere Zeit . .	= 9. 6. 39 , 6.
und Greenwicher mittlere Zeit	= 7. 5. 22 , 6.
Die Zeitgleichung ist am 1 Julius Mittags = + 5′ 13″, 7 und nimt in 24^h um 7″, 2 also in $7^h\ 5'$ um 2″, 2 zu. Folglich war im Augenblick der Beobachtung die Zeitgleichung . .	= + 5′ 15″, 9.
Wahre Zeit in A	= 10^h. 37. 48 , 0.
Also mittlere Zeit in A . .	= 10. 43. 3 , 9.
Mittlere Zeit in Petersburg . .	= 9. 6. 39 , 6.
Folglich östliche Länge des Orts A von Petersburg	= 1^h. 36′. 24″, 3 = 24° 6′ 4″, 5.

Solche Beobachtungen muß man öfters anstellen, theils um aus mehreren Resultaten ein Mittel zu nehmen, theils weil dieselben Beobachtungen zugleich dienen, den Gang des Chronometers zu prüfen, der die Petersburger Zeit anzeigt. Die beste Prüfung aber ist, ihn ungestört gehen zu lassen, bis man nach Petersburg zurück kömmt, und ihn dann wider mit Petersburger Zeit auf der Sternwarte zu vergleichen, da man dann sieht, wie sein Gang in der ganzen Zeit gewesen ist.

§. 31. Wenn A sehr entfernt von Petersburg ist, so kann man sich nicht sicher auf den Chronometer verlassen, und muß durchaus zu astronomischen Beobachtungen die Zuflucht nehmen, nicht um die Zeit zu finden (wozu wider andre Beobachtungen erfodert werden, die im 2. Kapitel erklärt sind), sondern um sie mit correspondirenden Beobachtungen zu vergleichen, die an einem andern Orte B gemacht sind, und aus dem Unterschiede der Zeiten beyder Oerter, da dieselbe Beobachtung gemacht ist, die Länge herzuleiten. Es gibt eine Menge Erscheinungen am Himmel, die hiezu anwendbar sind, und die man daher nie, wenn man Gelegenheit hat, unbeobachtet lassen muß. Einige sind von der Art, daß sie sich an allen Orten der Erde, wo sie sichtbar sind, zugleich und auf die nämliche Art zeigen; andre erfodern eine weitläuftige Rechnung. Die letztern lassen sich viel genauer beobachten, als die erstern, und müssen daher nicht vernachlässigt werden; ihre Berechnung werden die Astronomen mit Vergnügen übernehmen. Zu den erstern gehören alle Mond-Finsternisse, sowol des Mondes unsrer Erde, als der Monde oder Trabanten des Jupiters (♃). An dem Tage, da eine solche Erscheinung zu beobachten ist, so

§. 31. Durch Mond-Finsternisse.

wie an den vorhergehenden und folgenden, muß man mit besonderm Fleiße, durch die im 2. Kapitel erklärten Beobachtungen, den Gang der Uhr berichtigen, um aus der Zeit, die die Uhr im Augenblick der Haupt-Beobachtung zeigt, die mittlere Zeit an diesem Orte herzuleiten. Zu allen diesen Beobachtungen ist durchaus ein achromatisches Fernrohr nöthig, bey den Jupiters-Trabanten wenigstens eines von drittehalb Fuß. Bey diesen beobachtet man genau die Zeit, da der Trabant nahe beym Jupiter verschwindet, oder wider aus dem Schatten hervortrit: erstres nennt man die Immersion, leztres die Emersion. Auf der 5ten Seite jedes Monats findet man in den Berliner Ephemeriden den Ein- und Austrit der Trabanten in Berliner Zeit, wozu man also die östliche Länge des Beobachtungs-Orts von Berlin addiren muß: eben dies ist bey den Mondfinsternissen zu bemerken. Auf der sechsten Seite jedes Monats findet man die tägliche Stellung Jupiters und seiner vier Trabanten, und die Ziffer neben jedem Punkt zeigt an, nach welcher Seite er sich bewegt: wodurch man den Trabanten, der verfinstert wird, desto leichter erkennt. An welcher Seite übrigens der Trabant zu beobachten sey, das beurtheilt man daraus, ob auf der 5ten Seite Eintritte oder Austritte des ersten und zweyten Trabanten angezeigt sind. Im erstern Fall steht der Trabant an der westlichen, oder durch ein verkehrt zeigendes Fernrohr an der linken Seite, im Fall der Austritte aber an der östlichen oder rechten Seite. Im Nautical Almanac findet man eben dies auf der III. und XII. Seite jedes Monats.

Die Mondfinsternisse genau zu beobachten, ist noch schwerer, weil die Gränze des Schattens undeutlich ist. Was hier besonders beobachtet wird, ist der Anfang und das Ende der Finsterniß, ferner, welches das wichtigste ist, der Augenblick, da der Schatten die grösten und deutlichsten Flecken im Monde berührt, sowol wenn er eintrit, als wenn er den Flecken wider verläst. Ueberhaupt aber geben diese Beobachtungen nur sehr wenige Genauigkeit.

§. 32. Durch Sonnenfinsternisse und Stern-Bedeckungen.

§. 32. Bey den Sonnen-Finsternissen sucht man besonders den Augenblick zu beobachten, da der Mond den ersten Einschnitt in die Sonnen Scheibe macht, und da er sie wider ganz verläst, da die totale oder ringförmige Finsterniß anfängt und aufhört. Der erste Anfang der Finsterniß ist schwer zu beobachten, weil man weder die Zeit noch den Punkt des Sonnen-Randes genau kennt, wo der Mond eintreten wird; die übrigen Momente sind aber leicht mit großer Genauigkeit zu beobachten.

Bey den Bedeckungen der Sterne vom Monde beobachtet man den Anfang und das Ende. Der erstre ist, besonders wenn der Stern hinter den dunkeln Rand des Mondes trit, leicht mit großer Genauigkeit zu bemerken, weil man sieht, wie der Mond sich dem Sterne nach und nach nähert, und dieser endlich plözlich

verschwindet. Der Austrit des Sterns ist eben so schnell, und daher auch nicht schwer zu beobachten, wenn man sich nur den Punkt des Mond-Randes, nach der den Berliner Ephemeriden beygefügten Zeichnung, genau merkt, wo der Stern austreten muß, und um die Zeit des Austrits diese Stelle nicht aus den Augen verliert. Eben dies ist auch bey dem Eintritspunkt bey einer Sonnen-Finsterniß zu merken: nur muß man wissen, daß die Figuren in den Berliner Ephemeriden sowol von den Sonnen-Finsternissen als Stern-Bedeckungen, gerade gezeichnet sind; durch ein verkehrt darstellendes Fernrohr erscheint also alles umgekehrt. Die Zeit des Austrits findet man beyläufig aus der in den Ephemeriden S. 86. angegebenen Dauer, und der beobachteten Zeit des Eintrits. Dies ist unter allen Methoden diejenige, welche die Länge der Oerter mit der grösten Genauigkeit gibt.

§. 33. Das Mittel, die Länge zu bestimmen, welches sich am häufigsten, nämlich an jedem Tage da Mondschein ist, anwenden läst, ist die Beobachtung der Distanzen des Mondes, am Tage von der Sonne, in der Nacht von den Sternen. Wie diese Beobachtungen anzustellen sind, ist §. 14. gezeigt. Nun muß man aber aus dieser beobachteten Entfernung die wahre berechnen, wozu die Höhen beyder Weltkörper bekannt seyn müssen. Man sollte also eigentlich im nämlichen Augenblick beyder Weltkörper Höhen messen, wozu aber drey Beobachter erfodert würden. Wenn man daher allein beobachtet, so verfährt man entweder so, daß man kurz vor der Beobachtung die Höhe des Monds und der Sonne mißt, beyde Zeiten aufschreibt, und dann eben so lange nach der Beobachtung in umgekehrter Ordnung die Höhe der Sonne und des Monds mißt: das Mittel zwischen beyden Höhen gibt die Höhen während der Beobachtung. Eine größere Genauigkeit erhält man durch folgende Methode. Man mißt zuerst eine Monds-Höhe, dann eine Distanz des Mondes von der Sonne, dann eine Sonnen-Höhe, dann noch eine Distanz, dann abermals eine Sonnen-Höhe, darauf wider eine Distanz, und endlich noch eine Monds-Höhe; und bemerkt die Zeit jeder Beobachtung. Aus diesen drey Distanzen, und zwey Höhen des Mondes und der Sonne, berechnet man, vermittelst ihrer Aendrungen, eine Distanz, eine Sonnen- und eine Monds-Höhe, für die nämliche mittlere Zeit. §. 33. Durch Monds-Distanzen.

Beyspiel. Es ist beobachtet:

Doppelte Höhe des obern Mond-Randes	=	61°. 27′. 30″.	um 5^h. 46′. 27″, 5.
Distanz der Sonne und des Mondes	=	98. 46. 45.	— 5. 51. 38, 0.
Doppelte Höhe des untern Sonnen-Randes	=	21. 13. 15.	— 5. 56. 43, 5.
Distanz der Sonne und des Mondes	=	98. 51. 10.	— 6. 1. 11, 5.
Doppelte Höhe des untern Sonnen-Randes	=	21. 6. 0.	— 6. 6. 7, 0.
Distanz der Sonne und des Mondes	=	98. 56. 0.	— 6. 11. 3, 5.
Doppelte Höhe des obern Mond-Randes	=	61. 56. 20.	— 6. 15. 57, 0.

Aus den drey Distanzen und ihren Zeiten nimt man das arithmetische Mittel, oder den dritten Theil der Summe:

98°. 46′. 45″.	5^h. 51′. 38″,0.
98. 51. 10.	6. 1. 11 , 5.
98. 56. 0.	6. 11. 3 , 5.
296. 33. 55.	18. 3. 53 , 0.
98. 51. 18,3.	6. 1. 17 , 7.

Also nimt man die Entfernung = 98° 51′ 18″, 3 mit der zugehörigen Zeit = 6^h 1′ 17″,7; für welche nun auch die Höhen der Sonne und des Mondes, durch die beobachteten Differenzen der Höhen und zugehörigen Zeiten berechnet werden, wie folgt:

61°. 27′. 30″.	5^h.46′. 27″,5.	5^h.46′.27″,5.
61. 56. 20.	6. 15. 57 , 0.	6. 1. 17 , 7.
28. 50.	29′. 29″, 5.	14. 50 , 2.
= 1730″,0.	= 1769″,5.	= 890″,2.

Man erhält also für den Mond die Proportion: 1769 , 5: 890, 2 = 1730 : 870, 3. Diese 870″, 3 = 14′ 30″, 3 werden zu 61° 27 30″ addirt, weil die Monds Höhe zunimt, und geben 61° 42′ 0″, 3.

Für die Sonne:

21°. 13′. 15″,0.	5^h. 56′. 43″,5.	5^h. 56′.43″,5.
21. 6. 0 , 0.	6. 6. 7 , 0.	6. 1. 17 , 7.
7. 15 , 0.	9. 23 , 5.	4. 34 , 2.
= 435″,0.	= 563″,5.	= 274″,2.

Dies gibt die Proportion: 563 , 5: 274, 2 = 435: 211 , 7. Diese 211″, 7 = 3′ 31″, 7 von 21° 13′ 15″ subtrahirt, weil die Sonnen-Höhe abnimt, geben 21° 9′ 43″,3.

Man hat also aus den unmittelbaren Beobachtungen: 1) eine scheinbare Distanz der nächsten Ränder des Mondes und der Sonne = 98° 51′ 18″,3; 2) eine scheinbare doppelte Höhe des obern Mond-Randes = 61° 42′ 0″,3; 3) eine scheinbare doppelte Höhe des untern Sonnen-Randes = 21° 9′ 43″, 3; und diese Größen gehören alle drey zu der Zeit = 6^h 1′ 17″,7.

Für diese Höhen sucht man aus der I. bis V. Tafel die Korrektionen, woraus man nach §. 19. die wahren Höhen der Mittelpunkte erhält. Endlich sucht man mit dem Halbmesser des Monds und seiner Höhe, das was zu seinem Horizontal-Halbmesser addirt werden muß. Beyde Halbmesser des Monds und der Sonne zur

gemessenen Entfernung addirt, geben die scheinbare Entfernung beyder Mittelpunkte. Es sey also durch die Beobachtung gefunden, die scheinbare Entfernung der nächsten Ränder $= g$, die Höhe des Mond-Randes $= f$, des Sonnen-Randes $= e$. Aus der Länge des Orts findet man die Greenwicher Zeit der Beobachtung, für welche man aus dem See-Kalender (Seite I. II.) des Monds Horizontal-Halbmesser $= r$ und Parallaxe $=$ H, auch den Halbmesser der Sonne $= s$ (Seite I. unten) sucht.

Aus r und f findet man (XIII. Tafel) das was zu r addirt wird, um den scheinbaren Mond-Halbmesser R zu erhalten: dies giebt

1) scheinbare Entfernung der Mittelpunkte, $d = g + R + s$.

Nachdem nun die Höhe des oberen oder des unteren Randes des Mondes und der Sonne genommen ist, erhält man

2) scheinbare Höhe des Monds, $b = f - R$ oder $f + R$,

3) scheinbare Höhe der Sonne, $a = e - s$ oder $e + s$.

Aus b und H findet man (V. Tafel) die Parallaxe des Monds, und aus b (I. II. III. Tafel) die Refraktion: erstre zu b addirt, letztre davon subtrahirt, gibt

4) wahre Höhe des Monds $=$ B.

Aus a findet man (I. II. III. Tafel) die Refraktion und (IV. Tafel.) die Parallaxe: erstre von a subtrahirt, letztre addirt, geben

5) wahre Höhe der Sonne $=$ A.

§. 54. Aus diesen fünf Größen, d, a, b, A, B, berechnet man die wahre Entfernung D auf folgende Art. Die halbe Summe der drey ersten Größen $\frac{d+a+b}{2} = C$ subtrahirt man von d, oder d von C, (das kleinere vom größern), welches den Rest $\frac{d-a-b}{2}$ oder $\frac{a+b-d}{2} = E$ gibt. Nun addirt man die Logarithmen der vier Cosinus von A, B, C, E, subtrahirt von der Summe, log cos a, und von diesem Rest wider log cos b: was über bleibt, wird halbirt, so erhält man einen Logarithmen der L heißen mag. Man sucht nun den Logarithmen des Cosinus von $\frac{A+B}{2}$, und subtrahirt ihn von L: der Rest ist der Logarithme des Sinus eines Winkels M, den man aufsucht, so wie den Logarithmen seines Cosinus. Diesen addirt man zu dem eben gefundenen log cos $\frac{A+B}{2}$: die Summe ist der Logarithme des Sinus eines Winkels N, welcher doppelt genommen, endlich gibt *§. 54. Berechnung der Länge daraus.*

6) die wahre Entfernung der Mittelpunkte, $D = 2N$.

Die Rechnung besteht also aus folgenden Theilen. Man berechnet 1) die Winkel C, E, durch die Formeln: $C = \frac{d+a+b}{2}$, $E = d - C$ oder $E = C - d$; 2) den Winkel M durch die Formel,

$$\log \sin M = \tfrac{1}{2}\,(l\cos A + l\cos B + l\cos C + l\cos E - l\cos a - l\cos b) - l\cos \frac{A+B}{2};$$

3) den Winkel N durch die Formel, $\log \sin N = l \cos M + l \cos \frac{A+B}{2}$; 4) die wahre Entfernung D durch die Formel, $D = 2N$.

Von der Richtigkeit dieser Formeln wird man sich leicht auf folgende Art überzeugen.

Es sey (Fig. 5.) HR der Horizont, Z das Zenit, ☉, ☾, die scheinbaren, und S, L, die wahren Oerter der Sonne und des Mondes, (die Sonne wird nämlich durch die zusammen gesetzte Wirkung der Refraktion und Parallaxe von S nach ☉ erhöht, der Mond aber von L nach ☾ erniedrigt; beyde aber bleiben in denselben Scheitelkreisen, folglich wird auch der Winkel bey Z nicht geändert). Man hat also $Z☉ = 90° - a$, $Z☾ = 90° - b$, $ZS = 90° - A$, $ZL = 90° - B$, $☉☾ = d$, $SL = D$. Braucht man nun die bekannte Formel, wodurch aus den drey Seiten eines sphärischen Dreyecks jeder Winkel gefunden wird, (§. 12. n. 11.) so hat man im Dreyeck ☉ Z ☾, $\cos Z = \frac{\cos ☉☾ - \cos Z☉ \cos Z☾}{\sin Z☉ \sin Z☾} = \frac{\cos d - \sin a \sin b}{\cos a \cos b}$, und im Dreyeck SZL, $\cos Z = \frac{\cos SL - \cos ZS \cos ZL}{\sin ZS \sin ZL} = \frac{\cos D - \sin A \sin B}{\cos A \cos B}$. Beyde Werthe von cos Z einander gleich gesetzt, geben $\frac{\cos D - \sin A \sin B}{\cos A \cos B} = \frac{\cos d - \sin a \sin b}{\cos a \cos b}$. Nun ist (§. 12. n. 6.) $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$, also $\sin a \sin b = \cos a \cos b - \cos(a+b)$, und eben so $\sin A \sin B = \cos A \cos B - \cos(A+B)$. Substituirt man dies, so wird jene Gleichung:

$\frac{\cos D + \cos(A+B)}{\cos A \cos B} - 1 = \frac{\cos d + \cos(a+b)}{\cos a \cos b} - 1$; und daraus folgt

$\cos D = \frac{\cos A \cos B}{\cos a \cos b}(\cos d + \cos(a+b)) - \cos(A+B)$. Nun hat man (§. 29.) gesehen, daß überhaupt $\cos\theta + \cos\eta = 2\cos\frac{\eta+\theta}{2} . \cos\frac{\eta-\theta}{2}$ ist. Setzt man also d statt θ, und $a+b$ statt η, so wird $\cos d + \cos(a+b) = 2\cos\frac{d+a+b}{2} . \cos\frac{a+b-d}{2} = 2\cos C \cos E$; also $\cos D = \frac{2\cos A \cos B \cos C \cos E}{\cos a \cos b} - \cos(A+B)$. Dies gibt $1 - \cos D = 1 + \cos(A+B) - \frac{2\cos A \cos B \cos C \cos E}{\cos a \cos b}$.

Nun ist überhaupt (§. 12. n. 8. 9.) $\sin\frac{1}{2}x = \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, und $\cos\frac{1}{2}x = \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, also $1 - \cos D = 2(\sin\frac{1}{2}D)^2$, und $1 + \cos(A+B) = 2(\cos\frac{A+B}{2})^2$. Dies substituirt, und durch 2 dividirt, verwandelt die letzte Gleichung in $(\sin\frac{1}{2}D)^2 = (\cos\frac{A+B}{2})^2 - \frac{\cos A \cos B \cos C \cos E}{\cos a \cos b}$. Dividirt man dies durch $(\cos\frac{A+B}{2})^2$ so erhält man $\left(\frac{\sin\frac{1}{2}D}{\cos\frac{1}{2}(A+B)}\right)^2 = 1 - \frac{\cos A \cos B \cos C \cos E}{\cos a \cos b (\cos\frac{A+B}{2})^2}$.

Setzt man also $\frac{1}{\cos\frac{A+B}{2}}\sqrt{\frac{\cos A \cos B \cos C \cos E}{\cos a \cos b}} = \sin M$, so ist

$\left(\frac{\sin\frac{1}{2}D}{\cos\frac{1}{2}(A+B)}\right)^2 = 1 - \sin^2 M = \cos^2 M$, folglich $\frac{\sin\frac{1}{2}D}{\cos\frac{1}{2}(A+B)} = \cos M$,

oder $\sin\frac{1}{2}D = \cos M \cos\frac{1}{2}(A+B)$: welches die obigen Formeln sind.

Nun sucht man in dem See-Kalender, am Tage der Beobachtung, zwey Entfernungen des Monds von der Sonne oder dem beobachteten Stern, F, G, zwischen welche D fällt: es sey F größer, G kleiner als D, $F - G = m$, $F - D = n$. Da nun die Entfernungen F, G, von 3 zu 3 Stunden berechnet sind, so schließt man: m gibt 3 Stunden oder 10800 Sekunden, was gibt n? und findet $t = \frac{n}{m}$ 10800 Sekunden. Diese Zeit t wird zu der Zeit F im See-Kalender addirt oder davon subtrahirt, nachdem F vor G vorher geht oder darauf folgt, und gibt die wahre Greenwicher Zeit T der Beobachtung. Aus den täglich angestellten Beobachtungen korrespondirender Höhen weiß man, wie viel die Uhr in jedem Augenblick, so wol in Ansehung der wahren als der mittleren Zeit, zu früh oder zu spät geht. Man findet also aus dem was die Uhr gezeigt hat, die wahre Zeit Z im Augenblick der Beobachtung der Monds-Distanz, nach dem Meridian des Orts A, wo man beobachtet. Der Unterschied zwischen Z und T gibt also den Unterschied der Länge zwischen Greenwich und dem Ort A.

§. 35. Ueberhaupt muß man sich folgendes merken. Die westlichen oder abnehmenden Distanzen des Monds von der Sonne, welche man auf der III. und IV. Seite des See-Kalenders findet (Западныя Разстоянія), können nur des Morgens bald nach Sonnen-Aufgang beobachtet werden; die östlichen oder zunehmenden Distanzen (Восточныя Разстоянія, Seite V. und VI.), nur des Abends kurz vor Sonnen-Untergang. Zwischen dem Neumond und dem Vollmond (bey zunehmenden Monde) nimt man also aus dem See-Kalender (S. V. oder VI.) eine östliche Distanz des Mondes von der Sonne, die zu der Nachmittags-Stunde gehört, da man beobachten will, d. h. so bald sich der Mond beobachten läßt; also z. B. an einem Ort der 3 Stunden östlich von Greenwich liegt, eine Distanz die zwischen Mittag und 6^h an diesem Tage fällt, so daß man nur die V. Seite gebraucht. Allein zwischen dem Vollmond und Neumond (bey abnehmendem Monde) nimt man (S. III. IV.) eine westliche Entfernung, die zu der Vormittags-Stunde gehört, da man beobachten will; also an einem Orte der 3 oder mehr Stunden östlich von Greenwich liegt, eine Entfernung die zwischen Mitternacht und 6 oder 7 Uhr Morgens fällt; so daß man die III Seite gar nicht gebraucht. Im Russischen Reiche braucht man also, zu Monds-Distanzen von der Sonne, überhaupt nur die IV. und V. Seite des See-Kalenders.

§. 35. Anmerkungen dazu.

Wenn die Zeit es nicht erlaubt, die Höhen zu nehmen, oder wenn man das Bild des Mondes im künstlichen Horizont nicht erkennen kann, weil die Sonne noch zu hoch steht: so muß man aus der ungefähr bekannten Breite und Länge des Orts, die wahre Höhe berechnen. Die Länge und die Zeit der Beobachtung gibt die wahre Greenwicher Zeit T ungefähr, für welche man in dem See-Kalender die Abweichung und Rektaszension der Sonne und des Mondes sucht. Hieraus und aus der Polhöhe berechnet man die wahre Höhe der Sonne und des Mondes auf folgende Art. Die wahre Zeit am Beobachtungs-Orte Z wird bis 24 Stunden vom Mittage an gezählt (also für die Vormittags-Stunden 12 addirt), und mit 15 multiplizirt, um den wahren westlichen Stunden-Winkel der Sonne zu haben. Hiezu addirt man die Rektaszension der Sonne, und subtrahirt davon die Rektaszension des Mondes, so erhält man den westlichen Stunden-Winkel des Mondes. Wenn die Rektaszension des Monds größer ist, als das wovon sie subtrahirt werden soll, so addirt man hiezu erst 360°; und wenn die westlichen Stunden-Winkel größer als 180° werden, so subtrahirt man sie von 360°, da man dann die östlichen Stunden-Winkel erhält. Die Summe der Logarithmen von dem Cosinus des Stunden-Winkels und der Cotangente der Polhöhe, gibt den Logarithmen der Tangente eines Wenkels M, den man, so wie den Logarithmen seines Cosinus aufsucht. Man addirt zu M die nordliche Abweichung, oder subtrahirt die südliche Abweichung, und berechnet, $\sin(\text{wahre Höhe}) = \frac{\sin(\text{Polhöhe}) \cdot \sin(M + \text{Abweichung})}{\cos M}$.

Wenn nämlich (Fig. 3.) ☉, L, die auf den Aeqvator ♈M reduzirten Oerter der Sonne und des Mondes, also ♈☉, ♈L ihre Rektaszensionen sind, so ist der westliche Stundenwinkel des Mondes $= ML = ♈M - ♈L = ♈☉ + ☉M - ♈L$ = Rektaszension der ☉ + westl. Stundenwinkel der Sonne — Rektaszension des ☾. Ist nun P der Pol, Z das Zenit, und man nennt den Stundenwinkel $= b$, die Höhe $= a$, die Polhöhe $= \beta$, die Abweichung der Sonne oder des Mondes $L = \delta$, so ist $PZ = 90° - \beta$, $PL = 90° - \delta$, $ZL = 90° - a$, $ZPL = b$; und nach der allgemeinen Formel (§. 12. n. 11.) $\cos ZL = \cos PZ \cos PL + \sin PZ \sin PL \cos ZPL$, d. i. $\sin a = \sin\beta \sin\delta + \cos\beta \cos\delta \cos b$. Da nun (§. 12. n. 3.) $\cot\beta = \frac{\cos\beta}{\sin\beta}$, also $\cos\beta = \sin\beta \cot\beta$ ist, so wird $\sin a = \sin\beta(\sin\delta + \cot\beta \cos\delta \cos h)$. Man setze nun $\cos h \cot\beta = \text{tang } M$, so ist $\sin a = \sin\beta(\sin\delta + \cos\delta \text{ tg } M) = \sin\beta\left(\sin\delta + \cos\delta \frac{\sin M}{\cos M}\right) = \frac{\sin\beta}{\cos M}(\sin\delta \cos M + \cos\delta \sin M) = \frac{\sin\beta \sin(M+\delta)}{\text{co } M}$; welches die obigen Formeln

sind. Südliche Abweichungen sind negativ, der Cosinus der negativen Winkel aber bleibt positiv: folglich erhält man für südliche Abweichungen, $\sin a = \frac{\sin \beta \sin (M - - \delta)}{\cos M}$.

Mit dieser wahren Höhe sucht man, für die Sonne aus Tab. I. bis IV, für den Mond aus Tab. V. die Korrektionen der Höhe, die aber auf entgegengesetzte Art als §. 19. angebracht werden, um die wahre Höhe in die scheinbare zu verwandeln. Mit dieser scheinbaren Höhe des Mondes sucht man, wenn die Höhen sehr klein sind, nochmals genauer die Korrektion, und wendet sie auf eben die Art auf die wahre Höhe an: so hat man die vier Größen A, B, *a*, *b*.

Um g (§. 33.) genau zu beobachten, verfährt man am besten so. Man stellt den Sextanten auf eine ganze Abtheilung, die der Entfernung beynahe gleich ist, in der sich Mond und Sonne alsdenn befinden (§. 14.), und bemerkt die Zeit, da beyde Ränder diese Entfernung genau hatten: Zeit und Entfernung schreibt man auf. Nun schraubt man den Nonius, so daß die Entfernung etwa um 1′ größer oder kleiner wird (nachdem der Mond zu- oder abnimt, wenn es eine Entfernung von der Sonne ist, oder nachdem der Stern westlich oder östlich vom Monde ist), und bemerkt wider genau die Uhr-Zeit, da beyde Ränder diese Entfernung hatten oder sich berührten. Dies thut man vier bis fünf mal. Alsdenn addirt man die Entfernungen und Zeiten aller vier oder fünf Beobachtungen, und dividirt jede Summe durch die Anzahl der Beobachtungen (4 oder 5): diese Quotienten geben eine mittlere und genauere Beobachtung, nämlich g und die dazu gehörige Zeit. Hat man aber die Höhen auch beobachtet, so verfährt man, wie es im 33. §. angezeigt ist.

§. 36. An einem Orte L, dessen Polhöhe = 50° 56′ 17″ ist, und der 1^h 18′ 23″ östlich von Petersburg, also 3^h 19′ 40″ östlich von Greenwich liegt (§. 23.), will man am 30 August 1819 alten Styls Monds-Distanzen von der Sonne nehmen. Der See-Kalender zeigt, daß an diesem Tage die Sonne östlich vom Monde, also der Mond im Abnehmen ist, folglich erst des Morgens mit der Sonne zugleich sichtbar ist. Damit also beyde Weltkörper nicht zu niedrig stehn, wird die beqvemste Zeit der Beobachtung etwa 8 Uhr Morgens oder 4^h 40′ in Greenwich seyn. Man stellt um diese Zeit den Sextanten ungefähr auf die damalige Entfernung beyder Ränder, d. i. zwischen 91° und 93°, dann genau auf eine Abtheilung, z. B. 92° 20′, wartet die Zeit ab, da Sonne und Mond sich genau berühren, und verschiebt dann den Nonius um 6 Theile oder 1′ weniger. Die Beobachtungen geben: §. 36. Beyspiel.

6

I. g und Z. (§. 33. 34.)

	Scheinbare Entfernung der nächsten Ränder	Wahre Zeit in L
	92°. 20′. 0″.	7^h. 19′. 43″,5.
	92. 19. 0.	7. 21. 52,0.
	92. 18. 0.	7. 24. 0,4.
	92. 17. 0.	7. 26. 9,0.
Summe =	369. 14. 0.	29. 31. 44,9.
Dividirt durch 4 =	92. 18. 30.	7. 22. 56,2.
Kollimations-Fehler =	+ 10.	= Z.
g =	92. 18. 40.	

II. Berechnung der wahren Höhe der Sonne und des Monds, A und B (§. 35.).

Subtrahirt man 5^h 19′ 40″ von Z, so erhält man die wahre Greenwicher Zeit = 4^h 3′ 16″, 2 nach Mitternacht des 29 Augusts. Für diese Zeit berechnet man aus dem See-Kalender (S. 44. und 45.), die Rektaszension und Abweichung der Sonne und des Mondes. Für die Rektaszension der Sonne findet man, am Mittage des 29 Aug. 167° 56′ 55″, am 30 Aug. 168° 50′ 52″; tägliche Aendrung = 53′ 57″. Man schließt also: 24 St. geben 3237″, oder 8^h geben 1079″; was geben 16^h 3′ 16″,2 oder 16,0545 Stunden? und man findet 2165″,3=36′ 5″,3. Dies zu 167° 56′ 55″ addirt, gibt die

Rektaszension der Sonne = 168° 33′ 0″.

Die Abweichung der Sonne ist am 29 und 30 August 5° 10′ 44″ und 4° 47′ 58″: also 24^h geben 22′ 46″, oder 12^h geben 683″; was geben 16,0545 Stunden? Antwort: 913″, 8 = 15′ 14″; welches von 5° 10′ 44″ subtrahirt, gibt die

nordliche Abweichung der Sonne = 4° 55′ 30″.

Die gerade Aufsteigung des Mondes ist am 29 August um Mitternacht 71° 5′, am 30 Mittags 77° 55; die Abweichung 26° 59′ und 27° 52′. Man schließt also: 12^h geben 6° 50′, was geben 4,0545 St.? und man findet 2° 20′ 11″, welches zu 71° 5′ addirt, gibt die

Rektaszension des Mondes = 73° 25′ 11″.

Eben so erhält man für die Abweichung, 12^h: 4^h,0545 = 53′ : 17′ 54″; also die nordliche Abweichung des Mondes = 27° 16′ 54″.

Hiernach berechnet man die Höhen nach den obigen Formeln, wie folgt:

Z = 19^h 22′ 56″, 2.

Multiplizirt mit 15	= 290°. 44′. 3″.	= westlicher Stunden-Winkel der Sonne.
Rektaszension der Sonne	= 168. 33. 0.	
Summe	= 459. 17. 3.	
Rektaszension des Monds	= 73. 25. 11.	
Rest	= 385. 51. 52.	
360° subtrahirt	= 25. 51. 52.	= westlicher Stunden-Winkel des Mondes.
	69. 15. 57.	= östlicher Stunden-Winkel der Sonne.

log cos (69° 15′ 57″)	= 9, 549. 04. 33	log cos (25° 51′ 52″)	= 9, 954. 15. 99.
l. cotang (50° 56′ 17″)	= 9, 909. 32. 90	log cotang (50° 56′ 17″)	= 9, 909. 32. 90
log tang M	= 9, 458. 37. 23	log tang M	= 9, 863. 48. 89.
M	= 16°. 1′. 50″, 3.	M	= 36°. 8′. 23″, 6.
Abweichung der Sonne	= 4. 55. 30.	Abweichung des Mondes	= 27. 16. 54.
M + δ	= 20. 57. 20, 3.	M + δ	= 63. 25. 17, 6.
log sin (20° 57′ 20″, 3)	= 9, 553. 45. 21.	log sin (63° 25′ 17″, 6)	= 9, 951. 49. 42.
log sin (50° 56′ 17″)	= 9, 890. 12. 20	log sin (50° 56′ 17″)	= 9, 890. 12. 20
	9, 443. 57. 41.		9, 841. 61. 62.
log cos M	= 9, 982. 77. 50.	log cos M	= 9, 907. 18. 53.
log sin A	= 9, 460. 79. 91.	log sin B	= 9, 934. 43. 09.
Wahre Höhe der ☉, A	= 16°. 47′ 39″.	Wahre Höhe des ☾, B	= 59°. 18′. 5″, 7.

III. Berechnung der scheinbaren Höhen der Sonne und des Mondes, *a* und *b* (§. 35.).

Mit der Höhe A findet man (I. Tafel) die Refraktion = 3′ 10″, 5; und (IV. Tafel) die Parallaxe der ☉ = 8″, 2: also 3′ 2″, 3 zu A addirt, gibt die scheinbare Höhe der Sonne = 16° 50′ 41″, 3. Berechnet man mit dieser scheinbaren Höhe nochmals die Refraktion, so findet man 3′ 9″, 9; und 3′ 1″, 7 zu A addirt, gibt die

scheinbare Höhe der Sonne = 16° 50′ 40″, 7 = *a*.

Mit B findet man die Refraktion des Mondes = 34″, 4. Um die Parallaxe zu finden, muß man zuerst die Horizontal-Parallaxe im See-Kalender aufsuchen. Sie ist am 29 August um Mitternacht = 55′ 22″, am 30 August Mittags = 55′ 4″. Man hat also, 12^h : 4^h, 054 = 18″ : 6″, 1; welches die Horizontal-Parallaxe des

Mondes = 55′ 15″, 9 gibt. Mit dieser und der Höhe B findet man (V. Tafel) die Parallaxe = 28′ 12″,3; folglich die scheinbare Höhe = 59° 18′ 5″,7 — 28′ 12″,3 + 34″, 4 = 58° 50′ 27″,8. Diese scheinbare Höhe gibt genauer die Parallaxe = 28′ 35″,2; und 28′ 35″,2 — 34″,4 = 28′ 0″,8 von 59° 18′ 5″,7 subtrahirt, gibt die

scheinbare Höhe des Mondes = 58° 50′ 5″ = *b*.

IV. Berechnung der scheinbaren Entfernung der Mittelpunkte, *d* (§. 33.).

Im See-Kalender (S. 44.) findet man den Halbmesser des Mondes 15′ 5″,3 = *r*, und den Halmesser der Sonne 15′ 55″, 6 = *s*. Mit *r* findet man (XI. Tafel) die Korrektion des Mond-Halbmessers = 12″,46; welches zu *r* addirt, R = 15′ 17″,8 gibt. Man hat also *d* = *g* + R + *s* = 92° 18′ 40″ + 15′ 17″,8 + 15′ 55″,6; oder die

scheinbare Entfernung der Mittelpunkte = 92° 49′ 53″, 4 = *d*.

V. Berechnung der wahren Entfernung der Mittelpunkte, D (§. 34.).

d = 92°. 49′. 53″,4.	log cos A = 9, 981. 07. 02.
a = 16. 50. 40, 7.	log cos B = 9, 708. 01. 20.
b = 58. 50. 5, 0.	log cos C = 9, 000. 40. 81.
d + *a* + *b* = 168. 30. 39, 1.	log cos E = 9, 995. 11. 67.
C = 84. 15. 19, 5.	8, 684. 60. 70.
d = 92. 49. 53, 4.	Subtrahirt log cos *a* = 9, 980. 95. 47.
E = 8. 34. 33, 9.	8, 703. 65. 23.
A = 16. 47. 39, 0.	Subtrahirt log cos *b* = 9, 713. 91. 75
B = 59. 18. 5, 7.	18, 989. 73. 48—20.
A + B = 76. 5. 44, 7.	L = 9, 494. 86. 74
$\frac{A+B}{2}$ = 38. 2. 52. 3.	log cos $\frac{A+B}{2}$ = 9, 896. 24. 85
	log sin M = 9, 598. 61. 89.
	M = 23° 22′ 51″, 5.

log cos M = 9, 962. 78. 89.
log cos $\frac{A+B}{2}$ = 9, 896. 24. 85.
log sin N = 9, 859. 03. 74.
N = 46° 17′ 19″,35.

Also gibt 2 N die

wahre Entfernung der Mittelpunkte = 92° 34′ 38″,7. = D.

VI. Berechnung der wahren Greenwicher Zeit der Beobachtung, T (§. 34.).

Die beyden wahren Entfernungen im See-Kalender (S. 47.) zwischen welche D fällt, sind 92° 48′ 17″ und 91° 23′ 29″ am 29 August um 15^h und 18^h, oder den 30 August Morgens um 3^h und 6^h. Man hat also

F = 92°. 48′. 17″.	F = 92°. 48′. 17″.
G = 91. 23. 29.	D = 92. 34. 39.
m = 1. 24. 48 = 5088″.	*n* = 0. 13. 38 = 818″.

Dies gibt $t = \frac{n}{m}$ 10800″ = 1736″,3 = 28′ 56″,3.

Zeit der Entfernung F = 3^h. 0. 0.

Also T = 3. 28. 56,3.

VII. Berechnung der Länge des Orts L von Greenwich (§. 34.).

Z = 7^h. 22′. 56″,2.

T = 3. 28. 56,3.

Unterschied = 3^h. 54′. = östliche Länge von Greenwich, welches 34 Min. 20 Sek. mehr beträgt, als die zuerst angenommene = 3^h 19′ 40″. Mit diesem Unterschied der Längen = 3^h 54′, da er so beträchtlich ausgefallen ist, muß man nun die Rechnung noch einmal vornehmen, welches aber nur besonders bey II, V, VI, VII, nöthig ist.

§. 37. Es wird nicht überflüssig seyn, noch ein Beyspiel zu geben, für den Fall da die Höhen wirklich beobachtet sind. §. 37. Zweytes Beyspiel.

In Tiflis, dessen Länge von Greenwich zu 3^h 1′ östlich angenommen ist, wurden am 1 November 1816 Morgens folgende Entfernungen und Höhen des Monds und der Sonne beobachtet.

Doppelte Höhe des obern Mond-Randes	= 91°. 7′. 55″.	um 8^h. 48′. 45″,0.
Distanz der Sonne und des Mondes	= 83. 46. 30.	— 8. 51. 31,0.
Doppelte Höhe des untern Sonnen-Randes	= 45. 51. 35.	— 8. 53. 18,4.
Distanz der Sonne und des Mondes	= 83. 43. 55.	— 8. 56. 35,2.
Doppelte Höhe des untern Sonnen-Randes	= 47. 10. 0.	— 8. 59. 41,0.
Distanz der Sonne und des Mondes	= 83. 41. 20.	— 9. 2. 59,2.
Doppelte Höhe des obern Mond-Randes	= 85. 18. 15.	— 9. 5. 20,6.

Reduktion der Distanzen und Höhen auf eine Zeit.

	Distanz	Uhr-Zeit	
	83°.46′.30″.	8^h.51′.31″,0.	Mittlere Distanz = 83° 43′ 55″
	83. 43. 55.	8. 56. 35, 2	um 8^h 56′ 55″,13.
	83. 41. 20.	9. 2. 39, 2	
Summe =	251. 11. 45.	26.50.45, 4	
	Höhe des ☾	Uhr-Zeit	
	91°. 7′. 55″.	8^h.48′.43″,0	16′37″,6 : 8′12″,13 = 5°49′40″ : 2°52′28″,7.
	85. 18. 15.	9. 5. 20, 6	Doppelte Höhe des obern ☾ Randes
Unterschied =	5. 49. 40.	0. 16. 37, 6	um 8^h 56′ 55″,13 = 88° 15′ 26″,3.
	Höhe der ☉	Uhr-Zeit	6′ 22″,6 : 3′ 36″,73 = 1° 18′ 25″ : 44′ 25″,1.
	45°.51′.35″.	8^h.53′.18″,4.	Doppelte Höhe des untern ☉ Randes um
	47. 10. 0.	8. 59. 41, 0.	8^h 56′ 55″,13 = 46° 36′ 0″,1.
Unterschied =	1. 18. 25.	6. 22, 6.	

Der Kollimations-Fehler war — 13′ 35″, und die Uhr ging nach wahrer Zeit zu spät = 55′ 21″,5. Man hat also, die wahre Zeit der Beobachtung, Z = 9^h 52′ 16″,65; die beyläufige Zeit in Greenwich = 6^h 51′, 3; die scheinbare Entfernung der Ränder, g = 83° 30′ 20″. Doppelte Höhe des obern ☾ Randes = 88° 1′ 51″,3; und des untern ☉ Randes = 46° 22′ 25″,1; also f = 44° 0′ 55″,6; e = 23° 11′ 12″,55. Im See-Kalender von 1816 findet man s = 16′ 12″,3; r = 16′ 2″; und (XI. Tafel) die Korrektion des Mond-Halbmessers = 11″,4; also R = 16′ 13″,4. Dies gibt $a = e + s$, $b = f - R$, und $d = g + s + R$; d. i.

d = 84°. 2′. 45″,7.	Halbe Summe = 75°. 37′. 26″,4 = C;
a = 23. 27. 24, 8.	d — C = 8. 25. 19, 3 = E.
b = 43. 44. 42, 2.	

Aus a und b findet man (I. Tafel) die Refraktion der Sonne = 2′ 13″,2; des Mondes = 1′ 0″,7; und a gibt (IV. Tafel) die Sonnen-Parallaxe = 8″,0. Die Horizontal-Parallaxe des Mondes zur Zeit der Beobachtung gibt der See-Kalender = 58′ 43″,4; woraus man (V. Tafel) die Parallaxe in der Höhe b findet = 42′ 25″,4. Es ist also die wahre Höhe der Sonne = a — 2′ 13″,2 + 8″; des Mondes = b — 1′ 0″,7 + 42′ 25″,4; also

$$A = 23° 25′ 19″,6;\quad B = 44° 26′ 6″,9.$$

Man kennt nun also d, a, b, A, B, C, E, und $\frac{A+B}{2}$ = 33° 55′ 43″,25 woraus D, wie oben berechnet wird. Es ist nemlich

log cos A = 9, 962. 65. 41	M = 36°. 26′ 0″, 3
log cos B = 9, 853. 72. 38	log cos M = 9, 905. 55. 17.
log cos C = 9, 394. 94. 90	log cos $\frac{A+B}{2}$ = 9, 918. 93. 84.
log cos E = 9, 995. 29. 12	log sin N = 9, 824. 49. 01.
9, 206. 61. 81.	N = 41°. 52′. 44″,4.
— log cos a = 9, 962. 53. 97	D = 2 N = 83. 45. 28 , 8.
9, 244. 07. 84	
— log cos b = 9, 858. 79. 22	
9, 385. 28. 62	
L = 9, 692. 64. 31	
log cos $\frac{A+B}{2}$ = 9, 918. 93. 84	
log sin M = 9, 773. 70. 47	

Der See-Kalender gibt folgende Entfernungen, am 31 Oktober nach Mitternacht, oder am 1 November Morgens (S. 59.):

F = 84°. 12′. 58″.	F = 84°. 12′. 58″.	Also $t = \frac{n}{m}$ 10800″ =
G = 82. 36. 18.	D = 83. 45. 28,8.	3070″,9 = 51′ 10″,9.
m = 1. 36. 40.	n = 0. 27. 29,2.	

Da F zu 6 Uhr gehört, so wird T = $6^h + t = 6^h$ 51′ 10″,9. Nun war Z = 9^h 52′ 16″,6: also liegt Tiflis östlich von Greenwich um

$$Z - T = 3^h 1' 5'',7 = 45° 16' 25'',5.$$

Viertes Kapitel.

Bestimmung der Polhöhe.

§. 38. Erste Methode.

§. 38. Die einfachste Methode, die Polhöhe zu finden, ist, einen Stern, der nahe beym Pol ist, und daher nie untergeht, zweymal in einer Nacht im Meridian, einmal über, einmal unter dem Pol, zu beobachten. Beyde Höhen, gehörig korrigirt (§. 19.), werden addirt, und ihre halbe Summe gibt die Breite des Orts, ohne alle Rechnung, und ohne daß man die Abweichung des Sterns kennen darf. Am sichersten stellt man diese Beobachtungen mit dem Polarstern selbst an, welches ein Stern zweyter Größe, und der äußerste im Schwanz des kleinen Bären ist. Die einzige Schwierigkeit hiebey ist nur, den Stern genau im Meridian zu beobachten. Wenn man eine Mittagslinie gezogen hat (S. unten, 5. Kap.), so hat es keine Schwierigkeit. Hat man aber keine Gelegenheit dazu gehabt, so folgt man dem Stern mit dem Sextanten gegen die Zeit, da er über dem Pol durch den Meridian gehen soll (wie diese Zeit gefunden wird, werden wir gleich sehen), bis seine Höhe wider abzunehmen anfängt: die gröste Höhe, die man auf diese Art erhält, ist unmerklich von der Höhe im Meridian verschieden. Eben so verfolgt man den Stern 12 Stunden nachher, bis er seine kleinste Höhe erreicht, die man für seine Höhe unter dem Pol annimt. Wenn man die Uhr berichtigt hat, und die Länge des Orts ungefähr kennt, so berechnet man die Rektaszension der Sonne und des Sterns, und daraus die Zeit der Kulmination des Sterns, wie oben (§. 27.). Um diese Zeit, und 12 Stunden nachher nimt man also die Höhen des Sterns. Uebrigens sieht man leicht, daß diese Methode nur im Winter zu gebrauchen ist, weil der Stern länger als 12 Stunden sichtbar seyn muß.

Beyspiel. An einem Orte, der eine Stunde östlich von Petersburg, also $3^h\ 1'$ östlich von Greenwich liegt, will man am 2 Januar 1819 den Polarstern im Meridian beobachten. Die XII. Tafel zeigt, daß er an diesem Tage ungefähr um $5^h\ 15'$ Abends kulminirt, also um $5^h\ 13'$ am andern Morgen durch den untern Theil des Meridians geht. Um diese Zeiten hat man ihn mehrmals beobachtet, und seine gröste Höhe über und kleinste unter dem Pol gefunden, $61°\ 39'\ 5''$ und $58'\ 20'\ 55''$. Man hat also die Summe beyder Höhen $= 120°\ 0'\ 0''$, wovon die Hälfte die Polhöhe $= 60°\ 0'\ 0''$ gibt.

Der Grund hievon ist aus der 1. Figur klar. Wenn P der Pol, und EGF der Parallel des Polar-Sterns ist, so hat man die Höhen ER und FR beobachtet. Nun ist ER = PR + PE, FR = PR — PF = PR — PE. Beydes addirt gibt ER + FR = 2 PR, also die Polhöhe PR gleich der halben Summe beyder Höhen $\frac{ER+FR}{2}$.

§. 39. Eine eben so einfache Methode besteht darin, daß man einen Weltkörper, dessen Abweichung bekannt ist, im Meridian beobachtet. Ist seine Abweichung nordlich, so subtrahirt man sie von der Höhe; ist sie aber südlich, so addirt man sie; was heraus kömmt, ist die Aequator-Höhe, wird also von 90° subtrahirt, und gibt die Polhöhe. Wenn nemlich (1. Fig.) AOQ der Aequator, und ein nordlicher Stern in M, oder ein südlicher in N, im Meridian beobachtet ist, so ist die Aequator-Höhe AH = MH — AM, oder AH = NH + AN; und PR = 90° — AH (§. 6.). Die Beobachtungen der Sonne sind hiezu am besten, weil sie zugleich zur Berichtigung der Uhr dienen, und überhaupt leichter mit dem Sextanten gemacht werden. Die Beobachtung selbst stellt man wie die vorige an (§. 38.), damit man die wirkliche Höhe im Meridian erhalte. Die Berechnung der Kulmination der Sonne ist leicht, da man aus den täglichen Beobachtungen der korrespondirenden Höhen den Gang der Uhr kennt, also weiß, was die Uhr im wahren Mittage zeigen muß. §. 39. Zweyte Methode.

Hieher gehört auch der Fall, wenn man durch trübes Wetter, oder durch die Dämmerung gehindert ist, den zweyten Durchgang des Polar-Sterns durch den Meridian zu beobachten, so daß man nur seine gröste oder kleinste Höhe gemessen hat. Im erstern Fall subtrahirt man von der korrigirten Höhe die Entfernung des Sterns vom Pol, im letztern Fall addirt man sie dazu. Es ist nemlich (Fig. 1.) PR = ER — EP oder PR = FR + FP. Zu diesem Endzweck findet man in der IX. Tafel die Polar-Distanz des Polar-Sterns für die nächsten zehn Jahre. Die Stern-Höhen werden bloß durch den Kollimations-Fehler und die Refraktion korrigirt, die Sonnen-Höhen aber überdem noch durch die Parallaxe und den Halbmesser.

Beyspiel. Am 1 November 1816 alten St. sollte in Tiflis die Mittags-Höhe der Sonne beobachtet werden. Aus den korrespondirenden Sonnen-Höhen der vorhergehenden Tage ergab sich, daß die Uhr am 1 November, nach wahrer Zeit 55′ 18″,6 zu spät ging. Die Höhe der Sonne muste demnach beobachtet werden, als die Uhr 11^h 4′ 41″,4 zeigte, und man fand die doppelte Höhe des untern Sonnen-Randes = 60° 20′ 50″; der Kollimations-Fehler war = — 13′ 55″.

Im See-Kalender findet man die südliche Abweichung der Sonne, am 31 Okt. = 17° 45′ 52″, am 1 Nov. = 18° 1′ 57″: sie nahm also in 24 Stunden um 16′ 5″ zu. Da nun Tiflis 5^h 1′ 5″,7 östlich von Greenwich liegt (§. 37.), so ist die Zunahme der Abweichung der Sonne, in der Zeit zwischen den Mittagen in Tiflis und in Greenwich, = 2′ 1″,4; also war die südliche Abweichung der Sonne im Augenblick der Beobachtung, 18° 1′ 57″ — 2′ 1″,4 = 17° 59′ 55″,6. Der Halbmesser der Sonne war an diesem Tage = 16′ 12″,3. Man hat also

Doppelte Höhe des untern Sonnen-Randes =	60°. 20′. 50″.
Kollimations-Fehler =	— 13. 35.
Doppelte Höhe =	60. 7. 15.
Einfache Höhe =	30. 3. 37,5.
(I. Tafel) Refraktion =	— 1. 40,08.
(IV. Tafel) Parallaxe =	+ 7,53.
Halbmesser der Sonne =	+ 16. 12,3.
Wahre Höhe des Mittelpunkts der Sonne =	30. 18. 17,25.
Südliche Abweichung der Sonne =	+17. 59. 55,6.
Aeqvator-Höhe =	48. 18. 12,85.
Subtrahirt von	89. 59. 60.
Polhöhe =	41°. 41′. 47″.

§. 40. Dritte Methode.

§. 40. Wenn man die Uhr berichtigt hat, so daß man jedesmal aus der Uhr-Zeit die mittlere und wahre Sonnen-Zeit am Beobachtungs-Orte findet, so kann man folgende Methode gebrauchen, bey der man den Vortheil hat, daß man den Sextanten vorher genau auf einen Theilstrich stellen, und dann die Zeit der Uhr abwarten kann, da der Rand der Sonne diese Höhe erreicht; daß man ferner in einem Vormittage viele Sonnen-Höhen nehmen kann, da dann das Mittel aus allen die Polhöhe sehr genau gibt; daß man endlich dieselben Höhen nach Mittage wider beobachten, und dadurch sowol die Uhr als die Mittagslinie berichtigen kann. Man muß auch hier, wie bey den korrespondirenden Höhen, die Höhen dann beobachten, wenn sie sich am schnellsten ändern, also etwa drey Stunden vor und nach Mittage: daher man die korrespondirenden Höhen selbst dazu gebrauchen kann. Die Länge des Orts muß ungefähr bekannt seyn, um die Abweichung der Sonne für die Zeit der Beobachtung aus dem See-Kalender zu finden. Die wahre Zeit am Beobachtungs-Orte mit 15 multiplizirt, gibt den Stunden-Winkel der Sonne: aus diesem, der Höhe und der Abweichung, findet man die Polhöhe auf folgende Art. Man berechnet den Winkel Z durch die Formel, $\sin Z = \frac{\sin(\text{Stund. Winkel}) \times \cos(\text{Abweichung})}{\cos \text{Höhe}}$, alsdenn $\tang \frac{1}{2} PZ = \frac{\cos \frac{1}{2}(Z + \text{Stund. Winkel})}{\cos \frac{1}{2}(Z - \text{Stund. Winkel})} \cotang \frac{1}{2}(\text{Höhe} + \text{Abweichung})$; da dann die Polhöhe = 90° — PZ wird.

Beweis. Wenn (3. Fig.) P der Pol, Z das Zenit, L die Sonne, ihre Abweichung $= \delta$, ihre Höhe $= a$, ihr Stunden-Winkel $= b$, die Polhöhe $= \beta$ ist, so hat man im Dreyeck ZPL, $\sin Z = \frac{\sin P . \sin PL}{\sin ZL}$ (§. 12. n. 10.), und $\tan\frac{1}{2} PZ = \frac{\cos\frac{1}{2}(Z+P)}{\cos\frac{1}{2}(Z-P)} \tan\frac{1}{2}(PL + ZL)$ (§. 12. n. 13.). Nun ist $P = b$, $PL = 90^\circ - \delta$, $ZL = 90^\circ - a$, also $\sin Z = \frac{\sin b \cos\delta}{\cos a}$, und $\tan\frac{1}{2} PZ = \frac{\cos\frac{1}{2}(Z+b)}{\cos\frac{1}{2}(Z-b)} \tan\frac{1}{2}(90^\circ - \delta + 90^\circ - a) = \frac{\cos\frac{1}{2}(Z+b)}{\cos\frac{1}{2}(Z-b)} \tan\left(90^\circ - \frac{a+\delta}{2}\right)$ $= \frac{\cos\frac{1}{2}(Z+b)}{\cos\frac{1}{2}(Z-b)} \cot\frac{a+\delta}{2}$; welches die obigen Formeln sind. Wenn die Abweichung südlich ist, so muß man sie negatif, also $\frac{a-\delta}{2}$ statt $\frac{a+\delta}{2}$ nehmen. In diesem Fall ist nemlich PL nicht $= 90^\circ - \delta$, sondern $= 90^\circ + \delta$; daher δ das entgegen gesetzte Zeichen erhält. Ferner muß man bemerken, daß sin Z zu zwey Winkeln gehört, die zusammen 180° ausmachen, daher hier eine Zweydeutigkeit ist. Gewöhnlich sieht man aus einer beyläufigen Zeichnung des Dreyecks, ob Z größer oder kleiner als 90° zu nehmen ist. Wenn aber Z wenig von 90° verschieden ist, so zeigt sich dies nicht. Da aber gewöhnlich die Polhöhe schon beyläufig bekannt ist, so wird man am Ende der Rechnung bald sehen, ob man den richtigen Winkel statt Z genommen habe oder nicht, nachdem die Polhöhe wenig oder sehr verschieden von der bekannten ausfällt. Zuweilen zeigt sich auch, welchen Winkel man statt Z nehmen müsse, dadurch, daß PZ immer kleiner als 90°, also $\frac{1}{2}$ PZ kleiner als 45° seyn muß. Indeß gibt es doch Fälle, besonders wenn Z wenig von 90° verschieden ist, wo sich die Zweydeutigkeit nicht heben läßt, weil das Problem in der That unbestimmt ist.

Beyspiel. Am Morgen des 14 Septembers 1816 alten St. ward in Neu-Tscherkask, als die Uhr $8^h\ 17'\ 26''$ zeigte, die Höhe der Sonne beobachtet, und es fand sich, daß die wahre Höhe des Mittelpunkts $= 28^\circ\ 17'\ 30'',6$ war, und weil die Uhr nach wahrer Zeit $47'\ 47''$ zu spät ging, die wahre Zeit der Beobachtung $= 9^h\ 5'\ 15''$, oder $2^h\ 54'\ 47''$ vor Mittage; welches den östlichen Stunden-Winkel der Sonne, $b = 43^\circ\ 41'\ 45''$, und $a = 28^\circ\ 17'\ 30'',6$ gibt. Der See-Kalender (S. 50.) gibt die südliche Abweichung der Sonne am 13 Sept. $0^\circ\ 54'\ 0''$, am 14 Sept. $1^\circ\ 17'\ 26''$, also ihre Zunahme in $24^h = 23'\ 26''$. Da Neu-Tscherkask ungefähr $2^h\ 39'$ östlich von Greenwich liegt, so war die wahre Greenwicher Zeit der Beobachtung $= 6^h\ 26'\ 13''$ oder $5^h\ 33'\ 47''$ vor Mittage. Man hat also die Proportion $24^h : 5^h\ 33'\ 47'' = 23'\ 26'' : 5'\ 25'',9$; woraus die Abweichung der Sonne zur Zeit der Beobachtung $= 1^\circ\ 17'\ 26'' - 5'\ 26''$ folgt, oder $\delta = -1^\circ\ 12'$. Hieraus berechnet man die Polhöhe, wie folgt:

log. sin b = 9, 839. 37. 11	Z = 51°. 39′. 46″,8.	a = 28°. 17′. 30″,6.
log. cos δ = 9, 999. 90. 47	b = 43. 41. 45 , 0.	δ = 1. 12. 0 , 0.
9, 839. 27. 58	Z + b = 95. 21. 31 , 8.	$a - \delta$ = 27. 5. 30 , 6.
log. cos a = 9, 944. 75. 15	Z − b = 7. 58. 1 , 8.	$\frac{1}{2}(a-\delta)$ = 13. 32. 45 , 3.
log. sin Z = 9, 894. 52. 43	$\frac{1}{2}$(Z + b) = 47. 40. 45 , 9.	
	$\frac{1}{2}$(Z − b) = 3. 59. 0 , 9.	

log cos $\frac{1}{2}$ (Z + b) = 9, 828. 19. 46
Subtr. log cos $\frac{1}{2}$ (Z − b) = 9, 998. 94. 95
9, 829. 24. 51
Addirt log cotang $\frac{1}{2}$ ($a - \delta$) = 0, 618. 11. 54
log tang $\frac{1}{2}$ PZ = 0, 447. 36. 05
$\frac{1}{2}$ PZ = 70° 21′ 17″.

Da hier $\frac{1}{2}$ P Z größer als 45° geworden ist, so hat man den unrechten Winkel statt Z genommen. Man muß also Z = 180° − 51° 39′ 46″,8 nehmen Dies gibt

Z = 128°. 20′. 13″,2.	log cos $\frac{1}{2}$ (Z + b) = 8, 841. 80. 13.
b = 43. 41. 45 , 0.	log cos $\frac{1}{2}$ (Z − b) = 9, 868. 87. 31.
Z + b = 172. 1. 58 , 2.	= 8, 972. 92. 82.
Z − b = 84. 38. 28 , 2.	log cotang $\frac{1}{2}$ ($a - \delta$) = 0, 618. 11. 54.
$\frac{1}{2}$(Z + b) = 86. 0. 59 , 1.	log tg $\frac{1}{2}$ P Z = 9, 591. 04. 36.
$\frac{1}{2}$(Z − b) = 42. 19. 14 , 1	$\frac{1}{2}$ P Z = 21°. 18′. 17″,45.
	P Z = 42. 36. 34 , 9.
	Subtrahirt von 89. 59. 60.
	Polhöhe = 47. 23. 25 , 1.

Man sieht leicht, daß diese Methode, da man die Länge des Orts, also auch die Abweichung der Sonne, nicht genau kennt, nur um die Zeit der Sonnenwende, da sich die Abweichung unmerklich ändert, einige Genauigkeit geben kann; und daß sie überhaupt, wegen der weitläuftigen und unsichern Rechnung, nur dann gebraucht werden muß, wenn die Umstände nicht erlauben, andre Methoden an zu wenden.

§. 41. Vierte Methode.

§. 41. Folgende Methode gibt die Polhöhe mit großer Genauigkeit, wenn man den Gang der Uhr mit gehöriger Sorgfalt berichtigt hat. Sie besteht darin, daß man kurz vor und nach dem Durchgange der Sonne durch den Meridian, viele Sonnen-Höhen mißt, und zwar so nahe beym Meridian wie möglich. Man nennt sie daher Circum-Meridian-Höhen: sie müssen nicht weiter als 10 Minuten vom Mittage seyn. Die gröste unter allen diesen Höhen könnte man für die Mittags-Höhe selbst annehmen, und daraus nach §. 39. die Polhöhe herleiten. Hat man aber zugleich von jeder Höhe die Zeit beobachtet, und weiß aus den korrespondirenden Höhen, was die Uhr im wahren Mittage gezeigt hat, so kann man das, was

jeder Höhe zur Mittags-Höhe fehlt, auf folgende Art berechnen, und erhält dadurch die Mittags-Höhe so genau, als wenn man sie unmittelbar beobachtet hätte.

Es sey (Fig. 3.) HIR der Horizont, Z das Zenit, P der Pol, MLR der Parallel der Sonne, in dem sie in L beobachtet und ihre Höhe LI $= a$ gemessen ist. Ihre Mittags-Höhe MH sey $= a + \alpha$, ihre Abweichung $= \delta$, die Polhöhe $= \beta$; so ist α, was man hier sucht. Nun kennt man im Dreyeck ZPL den Stunden-Winkel P aus der Zeit, $PL = 90^\circ - \delta$, $PZ = 90^\circ - \beta$, $ZL = 90^\circ - a$; und hat (§. 12. n. 11.) $\cos P = \frac{\cos ZL - \cos PZ \cos PL}{\sin PZ \sin PL}$, also $\cos ZL = \cos P \sin PZ \sin PL + \cos PZ \cos PL$, d. i.

(A) $\sin a = \cos P \cos\beta \cos\delta + \sin\beta \sin\delta$.

Wenn sich nun die Sonne dem Meridian nähert, d. h. wenn der Stunden-Winkel P um einen Winkel p abnimt, also $P - p$ aus P wird, so nimt die Höhe der Sonne a um einen Bogen q zu, oder es wird $a + q$ aus a. Setzt man also $a + q$ statt a, und $P - p$ statt P, in obiger Gleichung, so erhält man $\sin(a+q) = \sin\beta \sin\delta + \cos\beta \cos\delta \cos(P-p)$, d. h. $\sin a \cos q + \cos a \sin q = \sin\beta \sin\delta + \cos\beta \cos\delta \cos P \cos p + \cos\beta \cos\delta \sin P \sin p$. In dem Augenblick da die Sonne in S kulminirt, hat der Stunden-Winkel P bis auf 0 abgenommen, also um den ganzen Winkel P, oder p ist $= P$, und die Höhe a hat um α zugenommen oder q ist $= \alpha$: hiedurch wird unsre Gleichung

(B) $\sin a \cos\alpha + \cos a \sin\alpha = \sin\beta \sin\delta + \cos\beta \cos\delta \cos^2 P + \cos\beta \cos\delta \sin^2 P$;

oder weil α höchstens 2′ beträgt, also $\cos\alpha = 1$, und $\sin\alpha = \alpha$ gesetzt werden kann, und $\sin^2 P + \cos^2 P = 1$ ist (§. 12. n. 1.), $\sin a + \alpha \cos a = \sin\beta \sin\delta + \cos\beta \cos\delta$. Hievon die Gleichung (A) subtrahirt, gibt $\alpha \cos a = \cos\beta \cos\delta (1 - \cos P)$. Nun ist überhaupt (§. 12. n. 8.) $\sin\frac{1}{2}P = \sqrt{\frac{1 - \cos P}{2}}$, oder $2 (\sin\frac{1}{2}P)^2 = 1 - \cos P$. Dies in die letzte Gleichung gesetzt, gibt $\alpha \cos a = 2 (\sin\frac{1}{2}P)^2 \cos\beta \cos\delta$. Da nun hier angenommen wird, daß der Stunden-Winkel P sehr klein ist, so wird ohne merklichen Fehler, $\sin P = P$, $\sin\frac{1}{2}P = \frac{1}{2}P$ seyn. Hiedurch wird die letzte Gleichung: $\alpha \cos a = \frac{1}{2}P^2 \cos\beta \cos\delta$, oder die gesuchte Korrecktion $\alpha = \frac{P.P \cos\beta \cos\delta}{2 \cos a}$. In dieser Gleichung stehn α und P statt der Sinus, sind also nicht in Graden, sondern in Theilen des Halbmessers, wie die Sinus, ausgedrückt. Will man also α in Sekunden ausdrücken, so findet man in den Sinus-Tafeln die Länge des Sinus von 1″, der von dem Bogen nicht merklich verschieden ist. Nennt man diesen Sinus $= s$, so hat man die Proportion, $s : \alpha = 1'' : e$, also die gesuchte Korrektion in Sekunden, oder $e = \frac{\alpha}{s}$. Ist nun auch p der Stunden-Winkel in Sekunden, so ist auf eben die Art, $p = \frac{P}{s}$, oder $P = sp$, folglich $\alpha = \frac{s^2 p^2 \cos\beta \cos\delta}{2 \cos a}$ mithin $e = \frac{s p^2 \cos\beta \cos\delta}{2 \cos a}$. Nun sey t die wahre Zeit der Beobachtung vor oder nach dem wahren Mittage, in Minuten ausgedrückt, so weiß man, wenn man Zeit in Winkel verwandelt, daß

1 Minute 15′ oder 15. 60″ gibt: man hat also $1 : t = 15.60 : p$, folglich $p = 15.60.t$, welches in der Gleichung für e substituirt, gibt $e = \frac{s(15.60.t)^2 \cos\beta \cos\delta}{2 \cos a}$. Nun ist $\log s = 4,685.57.49 - 10$ (S. Tables de Callet, pag. 1. der Sinus-Tafeln), und $\log \frac{15^2 . 60^2}{2} = 5,607.45.50$; also $\log \frac{s(15.60)^2}{2} = 0,293.02.99$. Es wird demnach die Anzahl Sekunden (e), die man zur gemessenen Höhe (a) addiren muß, um die Mittags-Höhe zu haben, durch die Formel gefunden:

$\log. e = 0,2930300 + 2 \log. t + \log \cos\beta + \log \cos\delta - \log. \cos a$, wo t die in Minuten ausgedrückte Zeit ist, um welche die Beobachtung vor oder nach dem wahren Mittage gemacht ist.

Außerdem ist die Höhe der kulminirenden Sonne auch noch größer als die beobachtete Höhe, um eben so viel als die nordliche Abweichung der Sonne, zwischen der Beobachtung und dem Mittage zu, oder die südliche Abweichung ab genommen hat. Aus der täglichen Aendrung der Abweichung im See-Kalender findet man ihre Aendrung in 1 Minute, welche also mit t multiplizirt noch mit e oder a verbunden werden muß, um die Mittags-Höhe zu haben. Ist also der Unterschied der Abweichungen an den beyden Mittagen des See-Kalenders, zwischen welche die Beobachtung fällt $= d$, so ist diese Korrektion $x = \frac{d}{24.60} t = \frac{dt}{1440}$; und diese Korrektion x muß im Winter und Frühling, zu den vor Mittage beobachteten Höhen addirt, und von denen des Nachmittags subtrahirt werden; im Sommer und Herbst aber wird sie von den Vormittags-Höhen subtrahirt, und zu den Nachmittags-Höhen addirt.

Wenn die Polhöhe des Beobachtungs-Orts noch gar nicht bekannt ist, so dient die gröste unter allen beobachteten Höhen, als Mittags-Höhe, um daraus, nach §. 39, die Polhöhe β zu finden, die man zu obiger Formel nöthig hat. Eben diese Höhe, oder das Mittel zwischen der grösten und der kleinsten beobachteten Höhe, dient in der Formel statt a. Endlich findet man δ, oder die Abweichung im Mittage, aus dem See-Kalender.

So lange man an demselben Orte beobachtet, ändert sich die Polhöhe oder $\cos\beta$ nicht: an diesem Ort ist also der konstante Logarithme $= 0,29303 + \log. \cos\beta$. Ferner behalten bey allen Beobachtungen desselben Tages, δ und a denselben Werth; so daß man für jeden Tag den konstanten Logarithmen $C = 0,29303 + \log. \cos\beta + \log. \cos\delta - \log. \cos a$ berechnen kann, da dann für die Korrektion e jeder Höhe,

$$\log e = C + 2 \log t,$$

und die ganze Korrektion $= e \pm x$ ist.

Es versteht sich von selbst, daß alle beobachteten Höhen, durch den Kollimations-Fehler, den Halbmesser der Sonne, die Refraktion und Parallaxe, korri-

girt werden müssen. Allein auch diese Korrektion kann allgemein für alle Beobachtungen berechnet werden, weil die beyden erstern bey allen denselben Werth haben, und die beyden letztern für die mittlere Höhe a berechnet werden können.

Beyspiel. Am 1 November 1816 alt. St. wurden in Tiflis zehn Circummeridian-Höhen genommen, wovon die kleinste = 30° 17′ 35″, die größte = 30° 18′ 20″ war. Dis gibt das Mittel, $a = 30° 18′$, und $\log \cos a = 9,93621$. Oben (§. 39.) hat man schon gefunden, daß die südliche Abweichung im Mittage von Tiflis 17° 59′ 55″,6; und die tägliche Aendrung 16′ 5″ war. Dis gibt $\delta = 17° 59′ 55″,6$; $\log \cos \delta = 9,97821$; und $d = 965″$, also $\frac{d}{1440} = 0″,67$; welches mit t multiplizirt, von den Vormittags-Höhen subtrahirt, und zu den Nachmittags-Höhen addirt werden muß, weil die Beobachtungen in den Herbst fallen. Aus a und δ findet man die Aeqvator-Höhe $= a + \delta = 48° 17′ 56″$, also $\beta = 41° 42′ 4″$, und $\log \cos \beta = 9,87310$. Hiedurch wird der konstante Logarithme $C = 0,20813$. Die Uhr zeigte im wahren Mittage 11^h 4′ 41″,4: der Unterschied zwischen dieser Zeit und der Uhr-Zeit jeder Beobachtung, in Minuten ausgedrückt, gibt t. Das Barometer stand 1 Linie über 28 Pariser Zoll, und das Thermometer auf + 14°. Man findet also für die Höhe $a = 30° 18′$, die mittlere Refraktion (Taf. I.) = 1′ 39″,22; ihre Korrektion (Taf. II.) = − 2″,74; und (Taf. III.) = + 0″,30; die Parallaxe (Taf. IV.) = + 7″,53; den Halbmesser der Sonne = 16′ 12″,3; und es war der untere Sonnen-Rand beobachtet: die ganze Korrektion ist also + 16′ 12″,3 − 1′ 39″,22 + 2″,74 − 0″,3 + 7″,53 = + 14′ 43″. Die Beobachtungen waren folgende.

Uhr-Zeit	Korrigirte Höhe der ☉	t	2 log t	log der Korrektion	Korrekt. e	Korrekt. x	Ganze Korrektion	Mittags-Höhe
11^h.0′.25″,6	30°.17′.50″,5	+4,263	1,259.43	1,467.56.	+29″,35	−2″,86	+ 26″,49	30°.18′.16″,99
1.23,4	18. 0,5	+3,300	1,037.03.	1,245.16	+17,59	−2,20	+ 15,39	15,89
2.15,2	18.10,5	+2,437	0,773.71.	0,981.84.	+ 9,59	−1,63	+ 7,96	18,46
3.13,8	18.15,5	+1,460	0,328.71.	0,536.84.	+ 3,44	−0,98	+ 2,46	17,96
4. 3,8	18.18,0	+0,627	9,594 53.	9,802.66.	+ 0,63	−0,42	+ 0,21	18,21
4.44,8	18.20,5	−0,057	7,511.75.	7,719.88.	+ 0,01	+0,04	+ 0,05	20,55
5.45,2	18.18,0	−1,063	0,053.07.	0,261.20.	+ 1,82	+0,71	+ 2,53	20,53
7. 1,0	18.13,0	−2,327	0,733.59	0,941.72	+ 8,74	+1,56	+ 10,30	23,30
7.45,6	18. 3,0	−3,070	0,974.28.	1,182.41.	+15,22	+2,06	+ 17,28	20,28
11. 9 59,2	30. 17.35,5	−5,297	1,448.06.	1,656.19.	+45,31	+3,55	+ 48,86	30. 18.24,36

Das Mittel aus allen zehn Beobachtungen gibt die

Mittags-Höhe der Sonne = 30°. 18′. 19″,7.
Südliche Abweichung der Sonne = 17. 59. 55,6.
Aeqvator-Höhe = 48. 18. 15,3.
Subtrahirt von 89. 59. 60,0.
Polhöhe = 41. 41. 44,7.

welches nur um 2″ von der oben (§. 39.) gefundenen abweicht.

Fünftes Kapitel.

Bestimmung der Mittagslinie.

§. 42. Erste Methode.

§. 42. Ueberhaupt thut man am besten, die Mittagslinie zuerst beyläufig zu suchen, und sie dann, wenn es nöthig ist und die Zeit es erlaubt, durch astronomische Beobachtungen zu berichtigen. Die einfachste Methode ist durch den Schatten der Sonne, wozu man am besten die Zeit der längsten Tage wählt. Man richtet eine Stange, oder besser einen Kegel, auf einer horizontalen Ebne vertikal auf, zieht aus dem Punkt, in dem die Stange oder der Mittelpunkt der Basis des Kegels steht, mehrere konzentrische Kreise nach der nordlichen Seite des Horizonts, und bemerkt die Punkte genau, wo das Ende des Schattens, sowol vor als nach Mittage, jeden dieser Kreise durchschneidet. So erhält man in jedem Kreise zwey Punkte, also einen Bogen, den man hernach halbirt, welches in jedem Kreise einen dritten Punkt gibt. Die Linie durch alle diese dritten Punkte, und den Mittelpunkt wo die Stange steht, muß eine gerade Linie seyn; wo nicht, so zieht man eine gerade Linie aus dem Mittelpunkt, die mitten zwischen allen diesen dritten Punkten durchgeht, oder in die Mitte zwischen den beyden äußersten der dritten Punkte fällt: dieses ist die Mittagslinie.

Eine größere Genauigkeit gewährt diese Methode, wenn man statt des Schattens das Bild der Sonne oder den hellen Punkt beobachtet, der durch ein feines Loch in einer horizontalen Platte, auf den von dieser Platte beschatteten Fußboden fällt. Ein durch das Loch herabhängendes Senkbley bezeichnet auf dem Fußboden den Mittelpunkt, aus dem man mehrere konzentrische Kreise beschreibt. Die beyden Punkte, in welchen der helle Punkt vor und nach Mittage jeden Kreis trifft, geben, wie vorhin, den zu halbirenden Bogen, wodurch die Mittags-Linie bestimmt ist.

§. 43. Zweyte Methode.

§. 43. Genauer verfährt man auf folgende Art. Einige Stunden vor Mittage richtet man den Sextanten auf einen bestimmten Winkel, der etwas größer ist als die doppelte Höhe, die die Sonne alsdenn hat, und beobachtet nun im künstlichen Horizont die Sonne. In dem Augenblick, da beyde Bilder der Sonne sich genau berühren (§. 15.), bezeichnet man einen Punkt in der Richtung des Schattens, den die Stange alsdenn wirft, oder das helle Bild der Sonne auf dem Fußboden, oder gibt einem Gehülfen ein Zeichen, es zu thun. Nach Mittage richtet man den

Sextanten wider auf dieselbe Höhe, und bezeichnet wider einen Punkt in dem Schatten der Stange, oder den hellen Punkt, in dem Augenblick da die Sonne diese Höhe erreicht. Nun zieht man von dem Punkt, wo die Stange steht, oder aus dem durch das Senkbley angezeigten Punkt, nach jenen beyden bezeichneten Punkten gerade Linien, und halbirt diesen Winkel durch eine Linie, die die Mittagslinie ist. Man sieht leicht, daß man auf diese Art mehrere korrespondirende Höhen vor und nach Mittage nehmen, folglich die Mittagslinie durch mehrere Beobachtungen bestimmen kann, aus denen man das Mittel nimt. Größere Genauigkeit erhält man, wenn man ein verfinstertes Zimmer hat, in dessen Fenster ein Blech mit einem runden Loche von einer Linie im Durchmesser befestigt ist, durch welches der Sonnenstrahl fällt. Statt der Stange gebraucht man dann einen feinen Drath, an dem ein Gewicht frey herab hängt, und der über dem Loche so befestigt ist, daß er vor der Mitte des Lochs herabhängt. Der Punkt, wo das in eine Spitze sich endende Gewicht den Fußboden trifft, ist der Mittelpunkt, wo vorher die Stange stand.

§. 44. Die so gezogene Mittagslinie läßt sich auf folgende Art sehr genau berichtigen. Nachdem man sich vom Gange der Uhr vollkommen unterrichtet hat, beobachtet man korrespondirende Höhen eines Sterns, woraus man die Zeit findet, welche die Uhr im Augenblick der Kulmination des Sterns zeigte (§. 27.). Aus dem täglichen Gange der Uhr berechnet man die Zeit, die sie am folgenden Abend bey der Kulmination dieses Sterns zeigen muß. Man hängt nun, etwa über dem Fenster wo man beobachtet, einen feinen Drath auf, woran ein Gewicht hängt. An eben dem Punkt über dem Fenster befestigt man einen andern Faden, führt ihn nach dem hintern Theil des Zimmers über eine runde Walze, und befestigt an seinem Ende ein Gewicht, um ihn zu spannen: die Walze muß horizontal, und auf der Mittagslinie ungefähr senkrecht seyn. Kurz vor der berechneten Kulmination des Sterns hält man das Auge hinter dem zweyten Faden, der schief durch das Zimmer geht, und verschiebt ihn, bis man den Stern von beyden Fäden bedeckt sieht. Nun erhält man den Stern in dieser Lage, indem man ihm durch eine sanfte Verschiebung des schiefen Fadens über der Walze folgt, bis ein Gehülfe, der die Uhr beobachtet, das Zeichen gibt, daß die berechnete Zeit der Kulmination da sey. In diesem Augenblick läßt man den Faden ruhig hängen, und bezeichnet, zu mehrerer Sicherheit, den Punkt der Walze, auf dem der Faden in diesem Augenblick liegt, oder den Punkt des Fußbodens, über dem sich die Spitze des Senkbleys befindet. Läßt man nun alles ungestört stehn, so kann man am nächsten Morgen auf dem Felde Stäbe so ausstecken lassen, daß sie von beyden Fäden in der vorigen Lage bedeckt werden, und erhält auf diese Art eine Mittagslinie, die man so weit es nöthig ist, verlängern kann. Gewöhnlich wird man den Vertikal-Faden durch ein Licht erleuchten müssen, das aber

§. 44. Dritte Methode.

so bedeckt seyn muß, daß es keinen Schein auf den Beobachter, sondern bloß auf den Faden wirft. Wenn das gewöhnliche Diopter-Lineal eines Meßtisches so eingerichtet ist, daß die Objektiv-Diopter mit ihrem Faden länger als die Okular-Diopter ist, so daß man durch beyde Diopteren, selbst wenn das Lineal auf dem horizontalen Meßtische liegt, Sterne in einer beträchtlichen Höhe beobachten kann, so braucht man jene beyden Fäden nicht. Man folgt dem Stern, bis man das Signal der Kulmination erhält, und nun zieht man längs dem Lineal, in der Lage die es in dem Augenblick hatte, da man den Stern durch beyde Diopteren sah, eine Linie auf dem Meßtische, welche die Mittagslinie ist. Bleibt der Meßtisch unverrückt, so kann man am folgenden Tage das Lineal an dieser Linie wider anlegen, und dann in der Richtung der Diopteren die Mittagslinie auf dem Felde durch Stäbe abstecken lassen. Es versteht sich, daß alle Vorsicht gebraucht seyn muß, den Meßtisch genau horizontal zu stellen, und ihn in dieser Stellung bis zum nächsten Morgen zu erhalten.

§. 45. Beyspiel. §. 45. Ein Feldmesser, der mit seinen Werkzeugen gut umzugehen weiß, wird leicht noch beqvemere Methoden aussinnen, um auf die eben beschriebene Art nach den Sternen zu visiren. Es wird aber nicht überflüssig seyn, die Berechnung der Kulmination des Sterns für den folgenden Abend durch ein Beyspiel zu erläutern. Der Gang der Uhr sey (nach Kap. 2.) vollkommen berichtigt. Es sey z. B. durch die Stern-Beobachtungen (§. 25. 27.) einige Tage vorher gefunden, daß die Uhr währende eines Umlaufs der Sterne 23 St. 56′ 5″,3 zeige: am Abend vor der Beobachtung hat man folgende korrespondirende Höhen eines Sterns genommen.

Vor der Kulmination	Nach der Kulmination	Summe der Zeiten	Halbe Summe oder Zeit der Kulmination	Mittel aus allen drey Beobachtungen
$8^h.17'.31'',5.$	$1^h.23'.23'',0.$	$21^h.40'.54'',5.$	$10^h.50'.27'',25.$	
8. 21. 41, 3.	1. 19. 11, 5.	21. 40. 52, 8.	10. 50. 26, 40.	$10^h.50'.26'',85.$
8. 27. 50, 0.	1. 13. 3, 7.	21. 40. 53, 7.	10. 50. 26, 85.	

Die Uhr-Zeit der Kulmination des Sterns am folgenden Abend ist also

$$10^h\ 50'\ 26'',8 + 23^h\ 56'\ 5'',3 = 10^h\ 46'\ 32'',1.$$

Wenn man die Uhr durch Sonnen-Beobachtungen berichtigt, und gefunden hat, daß sie vor mittlerer Sonnen Zeit täglich um 1″,2 voreile, also $24^h\ 0'\ 1'',2$ in 24 St. mittlerer Sonnen-Zeit zeige, so weiß man, daß in $23^h\ 56'\ 4'',1$ mittlerer Sonnen Zeit jeder Stern einen Umlauf macht (§. 7.). Da nun die Uhr in 24 St. um 1″,2 voreilt, so erhält man die Uhr-Zeit der Kulmination am nächsten Abend =

$$10^h\ 50'\ 26'',8 + 23^h\ 56'\ 4'',1 + 1'',2 = 10^h\ 46'\ 32'',1.$$

Sechstes Kapitel.

Zeichnung geographischer Karten.

§. 46. Wir werden uns hier nur auf solche Karten einschränken, die einen Theil der Erdfläche vorstellen sollen, der weder dem Aeqvator noch den Polen zu nahe liegt: daher die hier gelehrte Methode vorzüglich für ganz Rußland und ganz Europa, so wie für einzelne Provinzen desselben passend seyn wird. Das geographische Netz entsteht aus den in ihrer gehörigen Lage gezogenen Meridianen und Parallelen, die den zu entwerfenden Theil der Erdkugel einschließen: werden nun alle merkwürdigen Punkte des Landes, nach ihrer Breite und Länge, in dieses Netz gehörig eingetragen, so ist die Karte fertig. Da der Zweck der Karte ist, einen Theil der Erdfläche so ähnlich wie möglich darzustellen, eine Kugelfläche aber sich nicht auf einer Ebne ausspannen läßt, folglich hier keine vollkommene Aehnlichkeit möglich ist, so muß man sich mit einer Methode begnügen, wonach in jedem besondern Fall ein Netz gezeichnet werden kann, welches die Aehnlichkeit, d. h. das Verhältniß der Meridiane und Parallele, welches auf der Kugel wirklich Statt findet, so viel möglich beybehält. Zu einer solchen Methode gelangt man auf folgende Art. §. 46. Geographische Netze.

§. 47. Es sey (Fig. 6.) Q der Mittelpunkt, P der Pol der Erdkugel, AQR der Durchmesser des Aeqvators, BDF eines Parallels, dessen Breite AQB $= \beta$ ist. Der Aeqvator und alle Meridiane sind größte Kreise, die den Halbmesser der Kugel AQ oder BQ $= r$ zum Radius haben: der Halbmesser des Parallels ist aber BD. Da sich nun die Peripherien zweyer Kreise, also auch die Längen der einzelnen Grade, wie ihre Halbmesser verhalten, so verhalten sich die Peripherien und Grade der Meridiane und eines Parallels BF, wie AQ oder BQ zu BD. Zieht man BE senkrecht auf AQ, so ist BD $=$ EQ, und die Meridiane und Parallele verhalten sich wie BQ:EQ $= 1 : \cos\beta$. Nennt man also a einen Grad des Meridians, oder 1° der Breite, so ist 1° des Parallels dessen Breite β ist, oder 1° der Länge in diesem Parallel $= a \cos\beta$: und dies ist das wahre Verhältniß auf der Kugel, das auch auf der Karte so viel möglich beybehalten werden soll. §. 47. Verhältniß der Meridiane und Parallele.

§. 48. Die zweyte Eigenschaft, die auf der Kugel Statt findet, ist, daß jeder Parallel alle Meridiane senkrecht schneidet, und die Bogen aller Meridiane, die zwischen zwey Parallelen eingeschlossen sind, oder alle Breiten-Grade, gleich groß sind, §. 48. Ihre Figur auf der Karte.

daß ferner alle Meridiane in einen Punkt (den Pol) zusammen laufen. Das einfachste Mittel, diese Eigenschaft auch auf der Karte beyzubehalten, ist unstreitig, die Meridiane durch gerade Linien PA, Pa, Pα, (Fig. 7.) darzustellen, die sich alle in einem Punkt P schneiden, und die Parallele durch konzentrische Kreise, aAα, bBβ, deren Mittelpunkt P ist. Hat man nun einen Meridian PE gezogen, so kömmt alles darauf an, den Punkt P zu finden, aus dem die Meridiane Pa, Pα, und die Parallele aα, bβ, ꝛc. gezogen werden.

§. 49. Mittelpunkt aller Parallele.

§. 49. Wenn ed$\delta\varepsilon$ der Theil der Erdfläche ist, von dem eine Karte gezeichnet werden soll, der zwischen den Meridianen Pe, Pε, und den Parallelen dδ, eε, eingeschlossen ist, so ziehe man eine gerade Linie ED durch die Mitte des Papiers, die man sich nach P unbestimmt verlängert vorstellen muß. Wenn man nun die Größe der Karte, folglich die Größe a eines Grades der Breite bestimmt hat, so trage man von der Mitte A nach D und E, $AB = BD = AC = CE = a$, so oft auf, als die Karte sich nach der Breite erstrecken soll, und suche nun AP. Man nenne $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$, die Breiten der Parallele aα, bβ, cγ, dδ, eε; und Pε sey ein Meridian, der vom Meridian PE in der Länge um 1° verschieden ist, so daß die Bogen Eε, Cγ, Aα, Bβ, Dδ, 1° der Länge vorstellen. Da nun a die Länge eines Grades vom Meridian ist, so muß $C\gamma = a \cos\gamma$, $A\alpha = a\cos\alpha$, $B\beta = a\cos\beta$, seyn ꝛc. (§. 47.) Da sich dies aber nicht bey allen Parallelen erhalten läßt, so muß man es wenigstens bey den zwey Haupt-Parallelen bewerkstelligen, die von der Mitte und den Gränzen der Karte gleich weit entfernt sind, nämlich Cγ und Bβ. Nun ist $PC : C\gamma = PB : B\beta$, oder $PC \,.\, B\beta = PB \,.\, C\gamma$, d. i. $PC \,.\, a\cos\beta = PB \,.\, a\cos\gamma$, oder wenn man durch a dividirt,

$$\text{(A)}\quad PC \,.\, \cos\beta = PB \,.\, \cos\gamma.$$

Es gehe der mittlere Parallel durch A, und B, C, seyn die beyden Parallele, die gleich weit von der Mitte der Karte A, und ihren Gränzen D, E, entfernt sind, so daß $\beta - \alpha = \alpha - \gamma$ ist. Hieraus folgt $\gamma = 2\alpha - \beta$, also $\beta + \gamma = 2\alpha$, und $\beta - \gamma = 2(\beta - \alpha)$, oder

$$(1)\ \tfrac{1}{2}(\beta + \gamma) = \alpha,\quad (2)\ \tfrac{1}{2}(\beta - \gamma) = \beta - \alpha.$$

Nennt man nun die gesuchte Größe $AP = x$, so ist $PB = x - AB$, und $PC = x + AC$, oder weil $AC = AB$ ist, $PC = x + AB$. Diese Werthe in der Gleichung (A) substituirt, geben $(x + AB)\cos\beta = (x - AB)\cos\gamma$, woraus folgt $x(\cos\gamma - \cos\beta) = AB(\cos\gamma + \cos\beta)$, d. i.

$$\text{(B)}\quad x = \frac{\cos\gamma + \cos\beta}{\cos\gamma - \cos\beta}\, AB.$$

Nun hat man (§. 29.) gesehn, daß überhaupt $\cos\gamma + \cos\beta = 2\cos\frac{\beta+\gamma}{2}.\cos\frac{\beta-\gamma}{2}$, und $\cos\gamma - \cos\beta = 2\sin\frac{\beta+\gamma}{2}.\sin\frac{\beta-\gamma}{2}$ ist. Hiedurch wird die letzte Gleichung, $x = \frac{\cos\frac{1}{2}(\beta+\gamma).\cos\frac{1}{2}(\beta-\gamma)}{\sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma).\sin\frac{1}{2}(\beta-\gamma)} \times AB$. Gebraucht man hier die Formel (§. 12. n. 3.), so erhält man $x = AB.\text{cotang}\,\frac{1}{2}(\beta+\gamma).\text{cotang}\,\frac{1}{2}(\beta-\gamma)$, und wenn man die Gleichungen (1), (2), substituirt, so wird

$$\text{(C)}\quad x = AB.\cot\alpha.\cot(\beta-\alpha),$$

wo x in eben dem Maaß, z. B. in Graden, oder in Zollen, ꝛc. gefunden wird, in welchem AB ausgedrückt ist. Nun ist AB der Bogen des Meridians, der dem Winkel $\beta-\alpha$ gehört. Will man also x in Zollen, oder in Theilen des Maasstabes haben, der zur Zeichnung der Karte dient, und auf welchem die Größe eines Grades des Meridians oder der Breite $= a$ ist, so muß man auch AB in solchen Theilen ausdrücken, wozu die Proportion dient, $1^\circ : a = \beta - \alpha : \frac{\beta-\alpha}{1^\circ}a$. Die beyden Haupt-Breiten α, β, sind gewöhnlich ganze Grade ohne Minuten und Sekunden, weil es hier nicht auf wenige Minuten ankömmt. Wenn dies aber auch nicht der Fall ist, so kann man immer die Winkel α, β, in Graden und ihren Dezimal-Theilen ausdrücken, da sie dann zum Unterschiede durch α°, β°, bezeichnet werden mögen: alsdenn ist $\frac{\beta^\circ-\alpha^\circ}{1^\circ} = \beta^\circ - \alpha^\circ$, und $AB = (\beta^\circ - \alpha^\circ)\,a$. Dies in der Gleichung (C) substituirt, gibt

$$\text{(D)}\quad x = a(\beta^\circ - \alpha^\circ)\cot\alpha.\cot(\beta-\alpha).$$

§. 50. Nachdem nun der mittlere Meridian EAP gezogen, der Punkt des mittleren Parallels A darauf bestimmt, und $AP = x$ (§. 49.) genommen ist, so macht man $AB = AC = BD = CE = a$, wodurch der Meridian in einzelne Breiten-Grade getheilt ist, und zieht aus dem Mittelpunkt P durch A, B, C, D, E, Kreise, welches die Parallele unter diesen Breiten sind. Um nun noch die übrigen Meridiane Pe, Pε, von Grad zu Grad zu ziehen, oder die Parallele in einzelne Grade der Länge abzutheilen, gebraucht man den Winkel am Mittelpunkt P, der zu 1° der Länge gehört. Es ist $B\beta$ der Bogen des Winkels P für den Halbmesser PB, also $B\beta = PB.\,P$, wo P der Bogen, oder der Winkel P in Theilen des Halbmessers ist. Zugleich aber ist $B\beta$ ein Grad der Länge, also $B\beta = a\cos\beta$ (§. 47.); und eben so $C\gamma = PC.\,P = a\cos\gamma$. Dies gibt $PB.\,P = a\cos\beta$, oder $P = \frac{a\cos\beta}{PB}$. Nun ist (§. 49.) $PB = x - AB = x - a(\beta^\circ - \alpha^\circ) = a(\beta^\circ - \alpha^\circ)(\cot\alpha\cot(\beta-\alpha) - 1)$, also $P = \frac{\cos\beta}{(\beta^\circ-\alpha^\circ)(\cot\alpha\cot(\beta-\alpha)-1)}$. Es ist aber $\cot\alpha\cot(\beta-\alpha) - 1 = \frac{\cos\alpha\cos(\beta-\alpha)}{\sin\alpha\sin(\beta-\alpha)} - 1$ $= \frac{\cos\alpha\cos(\beta-\alpha) - \sin\alpha\sin(\beta-\alpha)}{\sin\alpha\sin(\beta-\alpha)} = \frac{\cos\beta}{\sin\alpha\sin(\beta-\alpha)}$: folglich $P = \frac{\sin\alpha\sin(\beta-\alpha)}{(\beta^\circ-\alpha^\circ)}$,

§. 50. Die Winkel am Mittelpunkt.

welches der Winkel am Mittelpunkt P ist, der 1° der Länge vorstellt, in Theilen des Halbmessers ausgedrückt. Man erhält ihn in Sekunden durch die Proportion, $s : P = 1'' : \frac{P}{s}$, wo s der aus den Sinus-Tafeln genommene Sinus von 1″ ist (§. 41.). Durch 60 dividirt, wird P also in Minuten, und durch 60 × 60 dividirt, in Graden ausgedrückt. Der Winkel P in Graden ist also $P^\circ = \frac{P}{3600 . s}$, oder

$$(E)\ P^\circ = \frac{\sin\alpha \sin(\beta - \alpha)}{3600 . s . (\beta^\circ - \alpha^\circ)}.$$

§. 51. Grade der Länge.

§. 51. Auch ohne diesen Winkel gefunden zu haben, ist es leicht, die verschiedenen Meridiane zu ziehen, oder die Parallele in ihre Grade der Länge abzutheilen: und es ist hiezu hinlänglich, nur zwey Parallele, $B\beta$ und $C\gamma$, abzutheilen, da dann die geraden Linien durch $\beta\gamma$ und bc, ꝛc. zugleich alle übrigen Parallele eintheilen. Man hat nämlich $B\beta = a \cos\beta$ und $C\gamma = a \cos\gamma$, welches die Bogen für 1° der Länge sind. Gewöhnlich werden diese Bogen auf der Karte so klein, daß sie von ihren Sehnen nicht merklich verschieden sind. Ist aber die Karte nach einem sehr großen Maasstab gezeichnet, so nimt man statt ganzer Grade, halbe, oder Viertel-Grade, und trägt dann auf den bereits gezeichneten Parallelen, aus B und C, die Sehnen $B\beta = Bb = \frac{1}{2} a \cos\beta$ oder $\frac{1}{4} a \cos\beta$, und $C\gamma = Cc = \frac{1}{2} a \cos\gamma$ oder $\frac{1}{4} a \cos\gamma$, rechts und links auf, so weit die Karte sich nach der Länge erstreckt, und zieht durch die so gefundenen Punkte, β, b, ꝛc. γ, c, ꝛc. die Meridiane $\beta\gamma$, bc, u. s. w. Beqvemer ist es, die Sehnen genau auf zu tragen, die sich auf folgende Art berechnen lassen. Die Sehne des Winkels P°, für den Halbmesser = 1, ist $2 \sin \frac{1}{2} P$. Multiplizirt man dies mit jedem der beyden Halbmesser $PB = x - a(\beta^\circ - \alpha^\circ)$ (§. 49.), und $PC = x + a(\beta^\circ - \alpha^\circ)$, so erhält man die Sehnen $B\beta = Bb = 2\,PB . \sin\frac{1}{2} P^\circ$, und $C\gamma = Cc = 2\,PC . \sin\frac{1}{2} P^\circ$, welche man, wie eben gezeigt ist, auf den Parallelen $bB\beta$, $cC\gamma$, rechts und links, so oft es nöthig ist, aufträgt, da dann die Punkte β, γ, und b, c, die Meridiane $\delta\beta\gamma\varepsilon$, dbce, in ihrer gehörigen Lage geben.

§. 52. Zeichnung ohne Mittelpunkt.

§. 52. Wenn die Karte nach einem großen Maasstabe gezeichnet ist, so wird der Mittelpunkt P so weit außerhalb der Karte fallen, daß es nicht wol möglich ist, aus demselben selbst mit einem Stangen-Zirkel die Parallele durch die Punkte, A, C, E, zu ziehen: alsdenn muß man sich so helfen. Man zieht durch die Punkte A, C, E, B, D, ꝛc. gerade Linien senkrecht auf den mittleren Meridian PE, und bestimmt dann in jedem Parallel so viele Punkte α, a, γ, c, ꝛc. vermittelst der auf einander senkrechten Abszissen $C\theta$ und Ordinaten $\theta\gamma$, daß man durch alle diese Punkte aus freyer Hand, oder längs einem elastischen Bogen, oder durch gerade Linien, den Parallel $cC\gamma$, ꝛc. ziehen kann. Diese Abszissen und Ordinaten werden so berechnet.

Will man die Punkte γ, c, ꝛc. für jeden Grad der Länge bestimmen, so kennt man den Winkel $CP\gamma = CPc = P$ aus §. 50. Will man sie von halben zu halben Graden bestimmen, so nimt man die Hälfte dieses Winkels, u. s. w. Ist nun auch $\gamma\eta$ auf PC senkrecht, so ist die Abscisse $C\theta$ oder $y = \gamma\eta = PC.\sin P$, und die Ordinate $\theta\gamma$ oder $z = C\eta = PC - P\eta = PC(1 - \cos P) = 2PC(\sin\frac{1}{2}P)^2$(§. 12. n. 8.): eben so erhält man für den Parallel durch B, $B\nu = PB.\sin P$, und $\nu\beta = PB(1 - \cos P) = 2PB(\sin\frac{1}{2}P)^2$, wo $PC = x + a(\beta^\circ - \alpha^\circ)$, und $PB = x - a(\beta^\circ - \alpha^\circ)$ ist (§. 49.). Für den zweyten Grad der Länge nimt man 2P statt P, u. s. w. Hat man nun auf diese Art die Parallele $cC\gamma$ und $bB\beta$, gezeichnet, so zieht man durch jede zwey zusammen gehörige Punkte, wie γ und β, c und b, ꝛc. gerade Linien, und macht auf diesen Meridianen $\beta\delta$, bd, $\gamma\varepsilon$, ce, ꝛc. den schon bestimmten Theilen des mittlern Meridians BD, CE, ꝛc. gleich; wodurch auch die Punkte δ, d, ε, e, der übrigen Parallele bestimmt sind.

§. 53. Die Größe der Karte hängt von ihrem Zweck ab. So bald man die Größe der ganzen Karte, nebst der Anzahl Grade, die sie enthalten soll, bestimmt hat, folgt daraus zugleich die Größe eines Breiten-Grades in Zollen, Linien ꝛc. die wir a genannt haben. Das erste was man nun zu thun hat, ist, einen genauen Maasstab zu entwerfen, der a zur Einheit hat, welche in Zehntheile, Hunderttheile ꝛc. durch Transversal-Linien eingetheilt wird. Auf diesem Maasstabe nimt man dann alle Linien, die oben berechnet sind, so wie man sie in den trigonometrischen Täfeln findet, und trägt sie auf die Karte. Dieser Maasstab kömmt aber nicht auf die Karte, sondern dient bloß zur Zeichnung des Netzes. Wenn aber die Karte ganz fertig ist, so wird, zur Messung der Entfernung und der Lage der Oerter, ein Maasstab darauf gesetzt, der ebenfalls a zur Einheit hat, welche aber nicht in Zehntheile, ꝛc. sondern auf doppelte Art, in 15 Theile, welches geographische Meilen sind, und in $104\frac{1}{2}$ oder 105 Werste getheilt ist, also erst in 7 Theile, dann in 5, und dann in 3 Theile. §. 53. Maasstab der Karte.

§. 54. Die Eintragung eines Orts, dessen Breite und Länge man kennt, ist leicht. Wenn er z. B. seiner Breite nach zwischen die Parallele $B\beta$, $D\delta$, und der Länge nach zwischen die Meridiane DB, $\delta\beta$, fällt, so theilt man das Trapezion $D\beta$ nach der Breite und Länge in 3 gleiche Theile von 20′, und so, wenn es nöthig ist, in immer kleinere Theile, bis man den Punkt, wohin der Ort gehört, nach dem Augenmaße bestimmen kann. Genauer verfährt man so. Es stelle z. B. die 8. Figur ein Stück von Rußland vor, worauf Petersburg, dessen Breite $= 59^\circ 56' 23''$, Länge $= 47^\circ 59'$ ist, eingetragen werden soll: $c\gamma$, $a\alpha$, $b\beta$, sind die Parallele von $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ Breite, und bc, BC, $\beta\gamma$, die Meridiane von 40°, 50°, 60° Länge: Petersburg gehört also in das Trapezion ACca. Nun ist $AB = AC = 10.\,a$ (weil diese Bogen §. 54. Eintragung der Oerter.

10° enthalten), $Bb = 10. a \cos 70° = 3,42. a$, und $Cc = 10. a \cos 50° = 6,428\ a$. Da nun die Länge von Petersburg um 2° 1′ kleiner ist als die des Meridians BC, und die Breite um 3′ 37″ kleiner als die des Parallels aα, so schließt man $10°: 2° 1' = \begin{cases} Bb: Bx \\ Cc: Cy \end{cases}$, ferner $10°: 3' 37'' = AC: AQ$, und findet $Bx = a. 0,69$; $Cy = 1,296. a$; $AQ = a. 0,06$. Durch die Punkte x, y, zieht man eine gerade Linie, die den Parallel aα in z schneidet, und nimt darauf $zP = AQ = 0,06. a$: so ist P die Projektion von Petersburg.

Alle andere Oerter O, die gar nicht astronomisch bestimmt sind, müssen vermittelst ihrer Entfernung von zwey bekannten Oertern, M, N, die schon auf der Karte verzeichnet sind, eingetragen werden. Diese Entfernung findet man in Wersten, ꝛc. aus der geometrischen Vermessung, so wie die Himmelsgegend, nach welcher der Ort O von den Oertern M, N, hin liegt. Nun nimt man diese bekannten Entfernungen MO, NO, auf dem Maasstabe der Karte in Wersten, zwischen dem Zirkel, und schlägt damit zwey Bogen, deren Durchschnittspunkt den Ort O gibt.

Selbst ein einziger auf der Karte eingetragener Ort M ist hinlänglich, alle übrigen einzutragen, wenn durch ihn bey der Vermessung eine genaue Mittagslinie abgesteckt ist, und die Azimuthal Winkel, die alle übrigen Oerter mit dieser Mittagslinie machen, gemessen oder berechnet sind. Es sey z. B. auf dem geometrischen Plan (Fig. 9.) P ein bekannter Ort, durch den die Mittagslinie FPG gezogen ist. Wenn nun ein andrer Ort M oder O in das Netz eingetragen werden soll, so kennt man aus der Vermessung, die Entfernung PM, und das Azimut FPM. Zieht man also Mm auf PF senkrecht, so hat man $Pm = PM \cos FPM$ und $Mm = PM \sin FPM$. Es sey z. B. PM = 5 Werste 78 Saſhen 5,4 Englische Fuß = 5,1576 Werste, und $FPM = 27° 30' 40''$: so ist $Pm = 4,5744$ Werst, und $Mm = 2,3824$ Werst. Man zieht nun auf der Karte (8. Fig.) durch P den Meridian xy, nimt auf dem in Werste getheilten Maasstabe der Karte $Pm = 4,5744$; und trägt dies mit dem Zirkel von P nach m, wodurch man zugleich die Breite des Punkts m oder M hat, die man auch aus der Breite von P so findet: CA oder AB geben 10°, oder $104\frac{1}{2}$ Werst geben 1°; was gibt Pm oder 4,5744 Werst? Antwort: 2′ 37″. Ist also die Breite des Orts $P = 59° 59' 29''$, so ist die Breite von $M = 60° 2' 6''$. Unter dieser Breite ist 1° der Länge $= a. \cos(60° 2' 6'') = 104,5$ Werst $\times \cos(60° 2' 6'') = 52,2$ Werst. Da nun $Mm = 2,3824$ Werst ist, so wird 52,2 zu 2,3824 wie 1° zum Unterschiede der Länge zwischen P und M, der also $= 2' 44''$ ist. Nun ist im Parallel Bb, 1° der Länge $= 0,342. a$, und im Parallel $Cc = 0,6428. a$: also erhält man: $1°: 2' 44'' = \begin{cases} 0,342. a : xD \\ 0,6428. a : yE \end{cases}$. Man nimt also auf dem Maasstabe,

nach dem das Netz gezeichnet ist, $xD = 0,0156.\,a$, und $yE = 0,0293.\,a$, zieht durch D und E die gerade Linie DE, die $a\alpha$ in μ schneidet, und nimt

$$\mu M = zm = 2'\,6'' = \frac{2'\,6''}{1^\circ}a = 0,035.\,a:$$

so ist M der gesuchte Punkt des Orts M auf der Karte.

§. 55. Wenn die Karte sich nicht über 6° in der Breite erstreckt, so wird (7. Fig.) $AD = AE = 3^\circ$, also $AB = AC = \beta - \alpha = 1^\circ 30'$, und so kleine Winkel können hier ihren Sinus und Tangenten gleich gesetzt werden, wodurch die obigen Formeln für Specialkarten einfacher werden. Es wird nämlich, wenn $\beta - \alpha$ genau $1^\circ 30'$ ist, $\beta^\circ - \alpha^\circ = 1,5$, also (§. 49.) $x = \frac{3}{2} a \cot\alpha \cot(1^\circ 30') = 57,2827.\,a\cot\alpha$, welches die Entfernung des Mittelpunkts aller Parallele vom mittleren Parallel ist: ferner (§. 50.) $P = \frac{2}{3}.\sin(1^\circ 30')\sin\alpha = 0,01745.\sin\alpha$, welches durch $3600.\sin 1''$ dividirt, P in Graden, oder $P^\circ = \sin\alpha$ gibt. Ist z. B. die mittlere Breite des Landes, $\alpha = 53^\circ\,8'$, so wird $P^\circ = 0,8$ oder $\frac{4}{5}$ Grad $= 48'$, welches der Winkel am Mittelpunkt ist, der zu 1° der Länge gehört. Die erstern Formeln lassen sich für Karten von Europa, von ganz Rußland und von den sibirischen Gouvernemens, die letztern für Karten von den übrigen einzelnen Gouvernemens brauchen. §. 55. Für Spezial-Karten.

§. 56. Rußland erstreckt sich ungefähr von 40° bis 220° Länge, und von 40° bis 80° Breite. Der mittlere Meridian ED geht also durch 130° der Länge, etwas westlich von Nertschinsk. Ferner ist $\varepsilon = 40^\circ$, $\delta = 80^\circ$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 70^\circ$, $\gamma = 50^\circ$, $\beta - \alpha = 10^\circ$, also $\beta^\circ - \alpha^\circ = 10$. Soll nun die Karte ungefähr 1 Arschin $= \frac{7}{3}$ Englische Fuß $= 28$ Zoll hoch seyn, so werden etwa $3^\circ = 2$ Zoll, und $1^\circ = a = \frac{2}{3}$ Zoll $= 8$ Linien. Man verfertigt also zuerst einen Maasstab, der von 8 zu 8 Linien eingetheilt ist: jede Größe von 8 Linien heißt 1, und wird in 10 Theile getheilt, wovon jeder wider in 10 Theile getheilt wird, ꝛc. Nun berechnet man §. 56. Beyspiel für ganz Rußland.

$$\begin{aligned} \log.\ \cot\alpha &= 9,76144 \\ \log.\ \cot(\beta - \alpha) &= 0,75368 \\ \log.\ (\beta^\circ - \alpha^\circ) &= \underline{1,00000} \\ \log.\ x &= 1,51512 \\ x &= 32,743.\ a = 21 \text{ Zoll } 10 \text{ Lin.} \end{aligned}$$

Ferner

$$\begin{aligned} \log\sin\alpha &= 9,937.53 \\ \log\sin(\beta - \alpha) &= \underline{9,239.67} \\ & 9,177.20 - 10 \\ \text{Subtrahirt} & \underline{9,241.88 - 10} \\ \log P^\circ &= \underline{9,935.32 - 10} \\ P^\circ &= 0,86163 \text{ Grade} = 51'\,42''. \end{aligned}
\qquad
\begin{aligned} \log 3600 &= 3,556.30 \\ \log s &= 4,685.58 - 10 \\ \log(\beta^\circ - \alpha^\circ) &= \underline{1,000.00} \\ & 9,241.88 - 10 \end{aligned}$$

Der Punkt P fällt also $32\frac{3}{4}$ Grad über $\alpha = 60°$, folglich $2\frac{3}{4}$ Grad jenseits des Pols: und der Halbmesser x wird 261, 95 Lin. $= (32 + \frac{3}{4})$ 8 Lin. womit sich die Parallelkreise vermittelst eines Stangenzirkels noch beqvem ziehen lassen. Aus dem eben gefundenen Mittelpunkt P auf ED zieht man nämlich die Parallelkreise

in der Breite = 60° mit dem Halbmesser = 32, 743. a = PA,
— — = 65° — — — = 27, 743. a
— — = 70° — — — = 22, 743. a = PB,
— — = 55° — — — = 37, 743. a
— — = 50° — — — = 42, 743. a = PC,
u. s. w.

Will man nun auch von 5° zu 5° die Meridiane ziehen, oder die Parallele eintheilen, so nimt man auf den Parallelen von 50° und 70° Breite, die Sehnen

$$C\gamma = 2\,PC.\sin\frac{5P°}{2} = 85,486.\sin 2°\,9'\,15'' = 3,2133.a,$$ und

$B\beta = 2\,PB\sin 2°9'15'' = 45,486.\sin 2°9'15'' = 1,71.a$; und trägt diese Theile rechts und links von C und B fort. Durch jede zwey zusammen gehörige Punkte, γ, β, und c, b, werden alle übrige Meridiane gezogen, welche zugleich alle übrigen Parallele von 5° zu 5° abtheilen: wodurch das Netz fertig ist.

§. 57. Beyspiel für Finnland.

§. 57. Da sich Finnland ungefähr von 38° bis 51° Länge, und von 60° bis 66° Breite erstreckt, so kann man hier die letztern Formeln (§. 55.) anwenden. Der mittlere Meridian ED geht also durch 44°30′ Länge (fast durch Friedrichshamn), und der mittlere Parallel A durch 63° Breite (fast durch Wasa). Soll nun die Karte 1 Arschin hoch seyn, so wird a=5 Zoll, und α=63°. Ferner ist β=64°30′, also $\beta°-\alpha°$=1,5. Nachdem also der Maasstab für 5 Zoll verfertigt ist, so berechnet man (§. 55.)

$$\begin{aligned} \log\cot\alpha &= 9,707.16.59 \\ \log 57,2827 &= 1,758.02.35 \\ \hline \log x &= 1,465.18.94 \\ x &= 29,187.a = 5,21 \text{ Arschin.} \end{aligned}$$

$\sin\alpha = P = 0,891$ Grade $= 53'\,27'',6$; $\frac{1}{2}P = 26'\,43'',8$;
$2P = 1°\,46'\,55'',2$; $3P = 2°\,40'\,22'',8$; u. s. w.

$\beta° - \alpha° = 1,5$; $x + a(\beta° - \alpha°) = PC = 30,687.a$; $x - a(\beta° - \alpha°) = PB = 27,687.a$. Hiernach werden nun die Abscissen und Ordinaten, y und z, für 1° der Länge östlich und westlich von C und B, auf folgende Art nach §. 52. berechnet.

log P C = 1, 486. 95. 44.	log P B = 1, 442. 27. 59.
log sin P = 8, 191. 73. 75.	log sin P = 8, 191. 73. 75
log y = 9, 678. 69. 19.	log y = 9, 634. 01. 34.
y = 0, 47719. a.	y = 0, 43054. a.
log sin $\frac{1}{2}$ P = 7, 890. 72. 07.	log (sin $\frac{1}{2}$ P)^2 = 5, 781. 44. 14.
log (sin $\frac{1}{2}$ P)^2 = 5, 781. 44. 14.	log 2 P B = 1, 743. 30. 59.
log 2 P C = 1, 787. 98. 44.	log z = 7, 524. 74. 73.
log z = 7, 569. 42. 58.	z = 0, 00335. a.
z = 0, 00371. a.	

Eben so findet man die Koordinaten y, z, für 2°, 3°, der Länge, ꝛc. wenn man in den Formeln für y und z, 2 P, 3 P, ꝛc. statt P setzt. Hieraus ergibt sich

	im Parallel c C γ		im Parallel b B β	
für 1° Länge	y = 0,4772. a;	z = 0,0037. a;	y = 0,4305. a;	z = 0,0033. a;
für 2° Länge	y = 0,9543. a;	z = 0,0148. a;	y = 0,8610. a;	z = 0,0134. a;
für 3° Länge	y = 1,4311. a;	z = 0,0334. a;	y = 1,2912. a;	z = 0,0301. a;
für 4° Länge	y = 1,9076. a;	z = 0,0593. a;	y = 1,7211 a;	z = 0,0535. a;
für 5° Länge	y = 2,3836. a;	z = 0,0927. a;	y = 2,1506. a;	z = 0,0837. a;

u. s. w.

§. 58. Bey der Aufnahme eines Landes würde es unverzeyhlich seyn, die Höhe der Berge nicht zu bestimmen, wenn man die Zeit und Mittel dazu hat. Gewöhnlich wird diese Höhe durch Barometer-Beobachtungen bestimmt; allein diese Methode erfodert eine Menge von Handgriffen und Vorsichts-Maßregeln, die sich bey der diesem Buche vorgeschriebenen Kürze nicht wohl erklären lassen, auch nicht zu dem Plan desselben gehören. Was mehr dahin gehört, ist die trigonometrische Messung der Berge, die darin besteht, daß man den Winkel, den die Gesichts-Linie nach der Spitze des Berges mit der Horizontal-Linie macht, oder das was man in der Astronomie die Höhe nennt, aus zwey verschiedenen Entfernungen vom Fuße des Berges mißt, und dann vermittelst dieser Basis, und der zwey gemessenen Winkel, die senkrechte Höhe der Spitze des Berges über dem Horizont trigonometrisch berechnet. Da ich voraus setzen kann, daß der trigonometrische Theil dieser Methode allen meinen Lesern bekannt ist, so werde ich nur etwas davon sagen müssen, was den astronomischen Theil derselben betrifft. So wie jede beobachtete Höhe in der Astronomie durch die Strahlenbrechung korrigirt werden muß, so ist es auch mit der Höhe der Berge der Fall: denn die Lichtstrahlen, die von der Spitze des Berges in das Auge kommen, werden bey ihrem Durchgange durch die Luft eben so wol von ihrem Wege abgelenkt, als die welche von den Sternen in unser Auge gelangen; und zwar ist diese sogenannte irdische Refraktion noch verwickelter als die astronomische, weil die Lichtstrahlen an der

§ 58. Messung der Höhe der Berge.

Erde weg streifen, und daher von den Dünsten in den untersten Schichten der Atmosphäre eine größere Anomalie leiden. Diese Sache ist noch nicht in ihr völliges Licht gesetzt; allein nach den genauesten darüber angestellten Untersuchungen thut man am besten, sich an folgende Regel zu halten.

Wenn der Beobachter selbst sich auf einer beträchtlichen Anhöhe befindet, so kann er Gegenstände beobachten, die sich unter seinem Horizont befinden, oder eine negative Höhe haben, so daß ihr Abstand vom Zenit größer als 90° ist. Es sind hier also zwey Fälle zu unterscheiden. Wenn (10. Fig.) DAB ein Theil der Oberfläche der Erde, C ihr Mittelpunkt ist, und der Beobachter sich auf der Anhöhe a befindet, so daß Z sein Zenit, und eaf sein Horizont ist; so nehme man an, daß er die Höhen der entfernten Berge Bb, Dd, also die Winkel bae über, und daf unter seinem Horizont gemessen hat, und daß zugleich die Entfernungen beyder Berge, oder die Bogen AB, AD, in Wersten, Saschen, rc. gemessen, oder wenigstens beyläufig bekannt sind. Da nun 104 bis 105 Werst auf 1 Grad gehn, so kennt man die Bogen AB, AD, in Graden, oder die Winkel am Mittelpunkt ACB=C und ACD=C'. Sind nemlich die Entfernungen AB=d, AD=d', so hat man die Proportion, 105 Werst: d = 1 Grad: C, also ist $C = \frac{d \text{ Grade}}{105 \text{ Werst}}$, und $C' = \frac{d' \text{ Grade}}{105 \text{ Werst}}$. Die allgemeine Regel ist nun diese: die irdische Refraktion ist der 12te Theil der Winkel am Mittelpunkt, und macht, wie die astronomische Refraktion, daß jeder Gegenstand höher scheint, als er wirklich ist. Diese Refraktion wird also von der gemessenen Höhe subtrahirt, wenn der Gegenstand b über der Horizontal-Linie ae liegt; sie wird aber zu der negativen Höhe addirt, wenn der Gegenstand d unter der Horizontal-Linie af liegt; d. h. sie wird in jedem Fall zu der beobachteten Entfernung vom Zenit addirt. Es ist also die wahre Entfernung vom Zenit, des Punkts $b = Zab + \frac{C}{12}$, und des Punkts $d = Zad + \frac{C'}{12}$.

Beyspiel. Aus a hat man die Höhe der Gegenstände b, d, gemessen, und die Höhe von b über dem Horizont, bae = 1° 25', die Höhe von d unter dem Horizont, fad = 5° 35' gefunden. Es sind also die scheinbaren Entfernungen vom Zenit, Zab = 90° − 1° 25' = 88° 35' = δ, und Zad = 90° + 5° 35' = 95° 35' = δ'. Die Entfernungen sind beyläufig AB = d = 36 Werst, AD = d' = 13 Werst, also $C = \frac{36}{105}$ Grade = 20' 35'', $C' = \frac{13}{105}$ Grade = 7' 26''. Dies gibt die Refraktionen $\frac{C}{12} = 1' 43''$, $\frac{C'}{12} = 37''$; also sind die wahren Entfernungen vom Zenit,

$Zab = \delta + 1' 43'' = 88° 56' 43''$, $Zad = \delta' + 37'' = 95° 35' 37''$. Könnte man sich nun auf die Werthe der Entfernungen d, d', oder der Winkel am Mittelpunkt C, C', verlassen, so würden sich hieraus zugleich die Höhen von Bb und Dd ergeben. Man kennt nemlich im Dreyeck aCb, die Winkel $aCb = 20'35''$, $Cab = 180° - Zab = 91° 23' 17''$, also auch $Cba = 88° 16' 8''$. Da nun Ca sehr wenig vom Erd-Halbmesser CA verschieden ist, und dieser ungefähr 6020 Werst beträgt, so kann man die Seite $Ca = 6020$ W. setzen, da man dann $Cb = \frac{Ca . \sin Cab}{\sin Cba} = 6020, 98$ W. findet, d. h. der Berg Bb ist um 1 Werst höher als Aa. Im Dreyeck aCd kennt man gleichfalls alle Winkel, $aCd = 7' 26''$, $Cad = 180° - Zad = 84° 24' 23''$, also $Cda = 95° 28' 11''$. Dis gibt $Cd = \frac{Ca . \sin Cad}{\sin Cda} = 6018, 74$ W. oder der Berg Dd ist um 1¹ Werst niedriger als Aa.

Erklärung und Gebrauch nachstehender Tafeln.

I. II. und III. Tafel.

Diese drey Tafeln dienen zur Berechnung der Refraktion, wodurch jede Höhe korrigirt werden muß (§. 19.). Aus Taf. I. findet man die Refraktion die alsdenn Statt hat, wenn das Barometer auf 28 Pariser Zoll, und das Reaumürsche Queckſilber-Thermometer auf 8° Wärme steht, welches ungefähr der gewöhnliche Zustand der Atmosphäre bey den Beobachtungen seyn wird. Da aber die Refraktion eine Wirkung der Luft auf die durch sie gehenden Lichtstrahlen ist, so muß sie sich offenbar nach der verschiedenen Dichtigkeit und Wärme der Luft ändern: die aus Taf. I. genommene Refraktion erfodert also eine Korrektion, nach dem jedesmaligen Stande des Barometers (Taf. III.), und Thermometers (Taf. II.). Das Argument der I. Tafel ist die beobachtete oder scheinbare Höhe; das der II. Tafel ist der Grad der Wärme oder Kälte (+ oder —), den das Reaum. Thermometer anzeigt; das Argument der III. Tafel aber ist die aus der I. Tafel gefundene Refraktion selbst. Die hier gefundene Korrektion gilt aber nur, wenn der Stand des Barometers um 1 Linie von 28 Zoll verschieden ist: sie muß daher mit der Anzahl Linien, um welche das Barometer während der Beobachtung **über** oder **unter** 28 Zoll stand, multiplizirt werden, und wird im erstern Fall **addirt**, im letztern **subtrahirt**. Ein oder zwey Beyspiele werden dies alles deutlich machen.

I. Beyspiel. Die durch den Kollimations-Fehler verbesserte und durch 2 dividirte Höhe der Sonne war $= 11° 23' 48''$, als das Barometer 28 Zoll 4, 5 Linien, und das Thermometer $+ 16°,5$ zeigte. In Taf. I. findet man für $11° 20'$ die Refr. $= 4' 42'',7$, und für $1'$ eine Abnahme von $0'',39$; also für $3' 48''$ oder $3',8$ die Abnahme $= 1'',48$: die mittlere Refr. war also $= 4' 41'',22$. In der II. Taf. geben $+ 16° = - 2'',20$; $+ 17° = - 2'',46$; also $16°,5 = - 2'',33$; welches von $4' 41'',22$ subtrahirt, $4' 38'',89$ gibt. In der III. Taf. gibt die Refr. $4' = 0'',72$; $38'',9 = 0'',12$; also $4' 38'',89 = 0'',84$; welches mit 4, 5 multiplizirt, $3'',78$ gibt. Dies zu $4' 38'',89$ **addirt**, weil das Barometer 4,5 Lin. **über** 28 Zoll zeigte, gibt die verbesserte Refr. $= 4' 42'',67$. Die Refraktion

wird immer von der scheinbaren Höhe abgezogen: man erhält also die wahre Höhe des Sonnen-Randes, 11° 23′ 48″ — 4′ 42″,67 = 11° 19′ 5″,3.

II. Beyspiel. Beobachtete Höhe = 28° 17′ 42″. Barometer = 27 Zoll 5, 5 Lin. oder 6, 5 Lin. unter 28 Zoll; Thermometer = — 3°,5.

I. Taf.		II. Taf.	III. Taf.	
28° =	1′. 48″,9.	— 3°,5 = + 3″,46	1′ =	0″,18.
17′,7 = —	1,24		47″,7 =	0,13
	1. 47,66.			0,31
Addirt	3,46		mult. mit 6,5 =	2,01.
Subtr.	2,01			

Refraktion = 1′. 49″,1. Wahre Höhe = 28° 15′ 52″,9.

Ist das Barometer und Thermometer nicht beobachtet worden, so nimt man die Refraktion bloß aus der I. Tafel, womit man sich auch mehrentheils begnügen kann.

Hat man eine wahre Höhe berechnet, so addirt man dazu die Refraktion, um sie in eine scheinbare Höhe zu verwandeln (§. 19. 36.).

IV. Tafel.

Man sucht in dieser Tafel, für den Tag der Beobachtung den Logarithmen der Horizontal-Parallaxe, addirt dazu den Logar. des Kosinus der Sonnen-Höhe, und sucht für die Summe dieser beyden Logar. in den Logar. Tafeln die Zahl, welches die Parallaxe in Sekunden ist, die zur beobachteten Höhe addirt, oder von der wahren Höhe subtrahirt wird.

Beyspiel. Am 22 Julius ward die Sonnen-Höhe = 31° 17′ 30″ beobachtet. Dies gibt

Logar. am 20 Julius =	0, 928. 16
für 2 Tage = +	14
log cos 31° 17′ 30″ =	9, 931. 73
Logar. der Parallaxe =	0, 860. 03.

Parallaxe = 7″,24. Wahre Höhe = 31° 17′ 37″,24.

V. Tafel.

Die erste Kolumne dieser Tafel enthält das Argument, nemlich die scheinbare Höhe des Monds, für welche man in der zweyten Kolumne die Parallaxe findet, wenn die Horizontal-Parallaxe = 58′ ist. Da aber diese um 4′ bis 5′ größer oder kleiner seyn kann, so geben die folgenden vier Kolumnen, das was zur ersten addirt oder davon subtrahirt werden muß, wenn die Horizontal-Parallaxe um 1′, 2′, 3′, 4′, größer oder kleiner als 58′ ist; und die letzten zehn Kolumnen

geben eben dies von 1″ bis 10″, also für jede Anzahl von Sekunden welche die Parallaxe außer den ganzen Minuten enthält.

I. Beyspiel. Man hat die Höhe des Monds = 34° 17′ 45″ = *h* beobachtet, zu einer Zeit, für welche der See-Kalender die Horizontal-Parallaxe = 60′37″,6 = H gibt. Für die Parallaxe = 58′ findet man aus der Tafel, für 34° = 48′ 5″,05; Abnahme für 1° = 34″,4; also für 17′ 45″ oder 0°,296 = 10″,18: folglich für 34° 17′ 45″ = 47′ 54″,87. Eben so findet man für *h* und 2′ = 1′ 39″,13; für *h* und 1′ = 49″,57; also für *h* und 30″ = 24″,78; endlich für *h* und 7″ = 5″,78 und für 0″,6 = 0″,50. Addirt man alle diese Größen, so findet man die Parallaxe: 47′ 54″,87 + 1′ 39″,13 + 24″,78 + 5″,78 + 0″,50 = 50′ 5″,06.

II. Beyspiel. *h* = 66° 13′ 12″ = 66°,22; H = 55′ 27″,1 = 58′ — 2′ 32″,9.

	h = 66°	*h* = 67°.	
— 2′ =	— 0′.48″,81	— 0′.46″,89	
—30″ =	— 0. 12 , 20	— 0. 11 , 72	
— 2″ =	— 0. 0 , 81	— 0. 0 , 78	
—0″,9 =	— 0. 0 , 37	— 0. 0 , 35	Unterschied der Parallaxe für 1 Höhe = —53″,25;
	— 1. 2 , 19	— 0. 59 , 74	für 0°,22 = —11″,71. Also ist die gesuchte Parallaxe
58′ =	+ 23. 35 , 44	+ 22. 39 , 74	22′33″,25 — 11″,71 = 22′21″,54; und die wahre
Parallaxe =	22. 33 , 25.	21. 40 , 00	Höhe *h* + 22′21″,54 = 66°35′33″,54.

Wenn man die Logarithmen gebrauchen will, so ist folgende Rechnung bequemer, bey welcher man bloß die zwey ersten Kolumnen der V. Tafel (mit der Ueberschrift „Höhe des ☾“ und „Parallaxe“) gebraucht. Man sucht nemlich für die gegebene scheinbare Höhe des Monds, aus diesen zwey Kolumnen, durch die gewöhnliche Interpolation, die Parallaxe = P. Diese gehört zur Horizontal-Parallaxe = 58′ = 3480″: hat man also aus dem See-Kalender, die wirkliche Horizontal-Parallaxe zur Zeit der Beobachtung = H gefunden, so ergibt sich die gesuchte Parallaxe p durch folgende Proportion, 58′ oder 3480″ : H = P : p. Es ist also log p = log H + log P — log 3480″ = log H + log P — 3, 5415792; wo H, P, in Sekunden ausgedrückt seyn müssen, und p gleichfalls in Sekunden gefunden wird.

Im I. Beyspiel war H = 3637″,6 und P = 47′ 54″,87 = 2874″,87; folglich

log H = 3, 560. 81. 49.
log P = 3, 458. 61. 82.

Summe = 7, 019. 43. 31.
Subtr. 3, 541. 57. 92.

log p = 3, 477. 85. 39.
p = 3005″,06 = 50′ 5″,06 wie oben.

Im II. Beyspiel war $H = 3327'',1$; und aus der Tafel findet man für die Höhe $66° = 23' 35'',44$; für $67° = 22' 39'',74$; also für die Höhe $66° 13' 12''$ die Parallaxe $P = 23' 35'',44 - 12'',25 = 23' 23'',19 = 1403'',19$. Dies gibt

$$\begin{aligned} \log H &= 3,522.06.59. \\ \log P &= 3,147.11.65. \\ \text{Summe} &= 6,669.18.24. \\ \text{Subtrah.}\ & \quad 3,541.57.92. \\ \log p &= 3,127.60.32. \\ p &= 1341'',54 = 22' 21'',54 \text{ wie oben.} \end{aligned}$$

Man kann sogar die Tafel ganz entbehren, wenn man die Parallaxe p nach der Formel $p = H \cos h$ berechnet. So war im I. Beyspiel

$$\begin{aligned} \log H &= 3,560.81.49. \\ \log \cos h &= 9,917.05.32. \\ \log p &= 3,477.86.81. \\ p &= 3005'',1 = 50' 5'',1 \text{ wie oben.} \end{aligned}$$

Im II. Beyspiel war

$$\begin{aligned} \log H &= 3,522.06.59. \\ \log \cos h &= 9,605.54.84. \\ \log p &= 3,127.61.43. \\ p &= 1341'',57 = 22' 21'',57 \text{ wie oben.} \end{aligned}$$

VI. und VII. Tafel.

Diese beyden Tafeln werden häufig gebraucht, wenn man sich die Multiplikation oder Division durch 15 ersparen will.

Beyspiel der VI. Tafel. Die östliche Länge eines Orts von Greenwich, oder der westliche Stunden-Winkel der Sonne ist $= 26° 24' 37'',5$: man sucht erstre in Zeit, um den See-Kalender zu interpoliren (§. 23.), oder aus letztrem die wahre Zeit: beydes ist $\frac{26° 24' 37'',5}{15}$, und man findet sehr leicht $\frac{26°}{15} = 1^h 44'$, $\frac{24'}{15} = 1' 36''$, $\frac{37'',5}{15} = 2'',5$, also die Summe $= 1^h 45' 38'',5$. Die VI. Tafel gibt

$$\begin{aligned} 20° &= 1^h.\ 20'.\ 0''. \\ 6° &= \quad 24.\ 0. \\ 20' &= \quad 1.\ 20. \\ 4' &= \quad 16. \\ 30'' &= \quad 2. \\ 7'' &= \quad 0,467. \\ 0,5'' &= \quad 0,033. \\ \text{Summe} &= 1.\ 45.\ 38,5. \end{aligned}$$

Beyspiel der VII. Tafel. Die Zeit von 3 St. 13 Min. 17,69 Sek. soll in Bogen verwandelt werden. Durch die Multiplikation mit 15 erhält man 3 St. = 45°; 12 Min. = 3°; 1 Min. = 15′; 16 Sek. = 4′; 1 Sek. = 15″; 0,6 Sek. = 9″; 0,09 Sek. = 1″,35; Summe = 48° 19′ 25″,35. Die VII. Tafel gibt

3 Stund.	=	45°.	0′.	0″.
10 Min.	=	2.	30.	0.
3 —	=	0.	45.	0.
10 Sek.	=		2.	30.
7 Sek.	=		1.	45.
0,6 Sek.	=			9.
0,09 Sek.	=			1,35.
Summe	=	48.	19.	25,35.

VIII. Tafel.

Diese Tafel ist nothwendig, wenn man (§. 27.) die Zeit durch korrespondirende Stern-Höhen, oder (§. 39.) die Polhöhe durch Stern-Kulminirungen bestimmen will. Zu den erstern wird besonders die Rektaszension (1te Kolumne), zu den letztern die Deklination (2te Kolumne) erfodert.

Beyspiel. Man sucht die Lage vom Aldebaran am 30 August 1822. Die Tafel gibt folgendes.

	Rektaszension St. Min. Sek.	Deklination Nordlich	
1822 d. 1 Julius	4. 25. 44,37	16°. 8′. 41″,9	
in 92 Tagen = + 2″,79			in 92 Tagen = + 6″,6
in 60 Tagen	+ 1,82	+ 4,3	
1822 d. 30 August	4. 25. 46,19.	16. 8. 46,2.	

IX. Tafel.

Diese Tafel dient, wenn man nach §. 38. oder 39. die Polhöhe durch die Kulmination des Polar-Sterns bestimmen will.

Beyspiel. Man sucht für eben den Tag, wie im vorhergehenden Beyspiel, die nordliche Abweichung des Polar-Sterns.

	Polar-Distanz
1822 d. 1 Julius	1°. 38′. 30″,0.
Aendrung in 60 Tagen	— 17,46.
1822 d. 30 August	1. 38. 12,54.
Subtrahirt von	89. 59. 60.
Abweichung =	88. 21. 47,46.

X. und XI. Tafel.

Der Nutzen dieser Tafeln ist im 28. §. umständlich gezeigt. Eben daselbst ist auch die Berechnung der korrespondirenden Sonnen-Höhen durch ein ausführliches Beyspiel erläutert. Indessen wird es nicht überflüssig seyn, hier noch einige Beyspiele vom Gebrauch dieser zwey Tafeln zu geben. Es kömmt hiebey bloß darauf an, die Anzahl von Sekunden zu suchen, die zu dem Mittel der Zeiten, welche die Uhr in beyden gleichen Höhen gezeigt hat, und das man den unverbesserten Mittag nennt, addirt oder davon subtrahirt werden muß, um die Zeit zu finden, welche die Uhr in dem Augenblick gezeigt hat, da der Mittelpunkt der Sonne sich im Meridian des Beobachtungs-Orts befand; und diese Anzahl Sekunden, welche man die Korrektion des Mittags nennt, gibt die X. und XI. Tafel durch die Logarithmen.

I. Beyspiel. Unverbesserter Mittag $= 11^h\,37'\,43'',5 = M$; Länge der Sonne $= 0^s\,13°\,48' = \odot$, halbe Zwischen-Zeit $= 3^h\,1'\,24'' = t$; Polhöhe $= 57°\,49'$.

X. Tafel			XI. Tafel		
$\odot$	log a	log b	t	log $\mathfrak{a}$	log. $\mathfrak{b}$
$0^s.\ 12°.$	0, 585. 58.	9, 504. 87	3^h	0, 627. 64	0, 477. 12
$1°.\ 48'.$	— 3. 13.	+ 56. 56	$1'\,24''$	+ 73	— 1. 97
$0^s.\,13°.\,48'.$	0, 582. 25	9, 561. 43	$3^h\,1'\,24''$	0, 628. 57	0, 475. 15

log a = 0, 582. 25
log $\mathfrak{a}$ = 0, 628. 37
log tang 57° 49′ = 0, 201. 12
log $a\,\mathfrak{a}$ tang Polh. = 1, 411. 74

log b = 9, 561. 43
log $\mathfrak{b}$ = 0, 475. 15
log $b\,\mathfrak{b}$ = 0, 036. 58
$b\,\mathfrak{b} = 1'',088 = \mathrm{B}$

A = $a\,\mathfrak{a}$ tang Polhöhe = 25, 807

Die Korrektion m ist $\mathrm{B} - \mathrm{A} = -24'',72$, weil es Frühling ist.

Korrigirter Mittag $= M - m = 11^h\,37'\,18'',78$.

II. Beyspiel. M und Polhöhe, wie oben; $\odot = 10^s\,17°\,12'$; $t = 2^h\,24'\,18''$.

$\odot$	log a	log b	t	log $\mathfrak{a}$	log $\mathfrak{b}$
$X^s.\ 16°.$	0, 479. 94	9, 939. 11	$2^h.\ 20'.$	0, 609. 39	0, 522. 75
$1°.\ 12'.$	+ 7. 52	— 3. 01	$4'.\ 18''$	+ 1. 72	— 4. 08
$X^s.\ 17°.\ 12'.$	0, 487. 46	9, 936. 10	$2^h.\ 24'\ 18''$	0, 611. 11	0, 518. 67

log $\mathfrak{a}$ = 0, 611. 11
log tang Polh. = 0, 201. 12
log A = 1, 299. 69

log b = 9, 936. 10
log B = 0, 454. 77
B = $2'',850$
A = 19, 938
A + B = $22'',79$.

Korrektion $\mathrm{m} = -(\mathrm{A} + \mathrm{B})$, weil es Winter ist: also $\mathrm{m} = -22'',79$, und der verbesserte Mittag $= M - \mathrm{m} = 11^h\,37'\,20'',71$.

XII. Tafel.

Aus dieser Tafel sieht man sogleich, welche Sterne man zu jeder Jahrs-Zeit im Meridian beobachten kann; welches man daraus beurtheilt, ob ihre Kulmination bey Tage oder bey Nacht fällt. Die Stunden von Mittag bis Mitternacht sind in der Tafel durch Ab., die von Mitternacht bis Mittag durch M. bezeichnet. Die Tafel lehrt uns z. B. daß beyde Durchgänge des Polar-Sterns durch den Meridian nur in den Monaten November, Dezember, und Januar beobachtet werden können, weil alsdenn der Durchgang durch den obern Theil des Meridians zwischen 5 und 9 Uhr Abends, der zweyte Durchgang also zwischen 5 und 9 Uhr Morgens fällt. In den kurzen Sommer-Nächten lassen sich nur korrespondirende Höhen solcher Sterne nehmen, die um Mitternacht kulminiren: hiezu dienen also nur, im April die Kornähre, im May Antares, im Julius Atair, im August und September Markab. In den Winter-Nächten sind die Sterne beqvemer, die um 8, 9, oder 10 Uhr kulminiren, weil man die Abend-Stunden von 5 Uhr bis Mitternacht dazu anwenden kann. Es schicken sich hiezu vorzüglich, im Oktober Markab, im November α im Widder, im Dezember α im Widder, und Aldebaran, im Januar Aldebaran, im Februar Pollux, im März Regulus.

XIII. Tafel.

Diese Tafel ist bey der Berechnung der Monds-Distanzen von großem Nutzen. Sie gibt nemlich, durch die Logarithmen, das was zu dem im See-Kalender gefundenen Mond-Halbmesser r addirt werden muß, um den scheinbaren Halbmesser R zu finden (§. 33.). Das Argument der Tafel ist r; und zu dem Logarithmen in der Tafel wird der Logarithme des Sinus der Höhe des Monds addirt. Die Summe gibt einen Logarithmen, dessen Zahl in den Logarithmen-Tafeln die Anzahl Sekunden ist, die zu r addirt, R geben.

Beyspiel. Der See-Kalender gibt den Horizontal-Halbmesser des Monds $r = 15' 23''$, und die Höhe des Monds war $= 27° 17' 40''$. Die Tafel gibt für $r = 15' 20''$ den Logar. $= 1, 177.09$; für $3'' = + 2.82$, also den Logar. der Korrektion $= 1, 179.91$. Hiezu addirt log sin $27° 17' 40'' = 9, 661.40$ gibt $0, 841.31$ wozu die Zahl gehört $= 6'',94$. Der scheinbare Halbmesser des Monds ist also $15' 23'' + 6'',94 = 15' 29'',9$.

Um die in der VIII. und XII. Tafel enthaltenen Sterne, von denen man, nach dem See-Kalender, Monds-Distanzen nehmen kann, kennen zu lernen, sind sie, nebst einigen andern allgemein bekannten Sternen, in der 11. Figur in ihrer natürlichen Lage vorgestellt, und durch gerade Linien verbunden, um sie desto leichter zu erkennen. Der Kreis stellt den Aeqvator vor, dessen Mittelpunkt den Pol, von dem der Polar-Stern in der Richtung auf die Ziffer I kaum merklich entfernt ist. Die Ordnung, in welcher die Sterne durch die tägliche Bewegung, oder von der rechten nach der linken Seite, auf einander folgen, ist durch die Ziffern I, II, zc. angezeigt, welche zugleich die Rektaszension der Sterne in Stunden angeben, wenn man durch den Pol und einen Stern eine gerade Linie zieht, bis an den Kreis, an dessen Peripherie sich die Stunden der Rektaszension befinden. Der fast durch die Mitte des Kreises gehende matte Streifen ist die Milchstraße, und dient besonders, die in derselben oder nahe dabey befindlichen Sterne, wie Atair, Aldebaran, kennen zu lernen.

Bayerische Staatsbibliothek München

I. Tafel.

Refraktion

für jede scheinbare oder beobachtete Höhe,

bey dem Stande des Barometers auf 28 Pariser Zoll, und des Thermometers auf + 8° Reaumür.

Scheinbare Höhe	Refraktion	Differenz für 1′	Scheinbare Höhe	Refraktion	Differenz für 1′	Scheinbare Höhe	Refraktion	Differenz für 1′	Scheinbare Höhe	Refraktion	Differenz für 1′
0°. 0′.	33′.40″,6.	—	8°. 0′.	6′.33″,3.	—	25°	2′. 4″,0.	—	58°	36″,3.	—
0. 30.	28. 27,3.	10″,44.	8. 10.	6. 25,9.	0″,74.	26	1. 58,6.	0″,09.	59	34,9.	0″,02.
1. 0.	24. 17,1.	8,34.	8. 20.	6. 18,7.	0,72.	27	1. 53,6.	0,08.	60	33,5.	0,02.
1. 30.	20. 58,3.	6,63.	8. 30.	6. 11,7.	0,70.	28	1. 48,9.	0,08.	61	32,2.	0,02.
2. 0.	18. 19,3.	5,30.	8. 40.	6. 5,0.	0,67.	29	1. 44,5.	0,07.	62	30,9.	0,02.
2. 30.	16. 10,7.	4,29.	8. 50.	5. 58,6.	0,64.	30	1. 40,3.	0,07.	63	29,6.	0,02.
3. 0.	14. 25,8.	3,50.	9. 0.	5. 52,5.	0,61.	31	1. 36,4.	0,06.	64	28,3.	0,02.
3. 30.	12. 58,9.	2,90.	9. 10.	5. 46,5.	0,60.	32	1. 32,8.	0,06.	65	27,1.	0,02.
4. 0.	11. 46,3.	2,42.	9. 20.	5. 40,6.	0,59.	33	1. 29,3.	0,06.	66	25,9.	0,02.
4. 10.	11. 24,7.	2,16.	9. 30.	5. 34,9.	0,57.	34	1. 26,0.	0,05.	67	24,7.	0,02.
4. 20.	11. 4,2.	2,05.	9. 40.	5. 29,5.	0,54.	35	1. 22,8.	0,05.	68	23,5.	0,02.
4. 30.	10. 44,9.	1,93.	9. 50.	5. 24,2.	0,53.	36	1. 19,8.	0,05.	69	22,3.	0,02.
4. 40.	10. 26,7.	1,82.	10. 0.	5. 18,9.	0,53.	37	1. 17,0.	0,05.	70	21,1.	0,02.
4. 50.	10. 9,3.	1,74.	10. 20.	5. 9,1.	0,49.	38	1. 14,1.	0,05.	71	20,0.	0,02.
5. 0.	9. 52,7.	1,66.	10. 40.	4. 59,9.	0,46.	39	1. 11,5.	0,04.	72	18,9.	0,02.
5. 10.	9. 36,8.	1,59.	11. 0.	4. 50,9.	0,45.	40	1. 9,2.	0,04.	73	17,8.	0,02.
5. 20.	9. 21,8.	1,50.	11. 20.	4. 42,7.	0,41.	41	1. 6,8.	0,04.	74	16,7.	0,02.
5. 30.	9. 7,5.	1,43.	11. 40.	4. 34,9.	0,39.	42	1. 4,5.	0,04.	75	15,6.	0,02.
5. 40.	8. 53,8.	1,37.	12. 0.	4. 27,2.	0,38.	43	1. 2,3.	0,04.	76	14,5.	0,02.
5. 50.	8. 40,8.	1,30.	12. 30.	4. 16,7.	0,35.	44	1. 0,1.	0,03.	77	13,4.	0,02.
6. 0.	8. 28,5.	1,23.	13. 0.	4. 6,8.	0,33.	45	0. 58,1.	0,03.	78	12,4.	0,02.
6. 10.	8. 16,7.	1,18.	13. 30.	3. 57,7.	0,30.	46	0. 56,1.	0,03.	79	11,3.	0,02.
6. 20.	8. 5,3.	1,14.	14. 0.	3. 49,1.	0,29.	47	0. 54,1.	0,03.	80	10,2.	0,02.
6. 30.	7. 54,3.	1,10.	15. 0.	3. 33,7.	0,26.	48	0. 52,3.	0,03.	81	9,2.	0,02.
6. 40.	7. 43,7.	1,06.	16. 0.	3. 20,1.	0,23.	49	0. 50,5.	0,03.	82	8,2.	0,02.
6. 50.	7. 33,4.	1,03.	17. 0.	3. 8,1.	0,20.	50	0. 48,7.	0,03.	83	7,2.	0,02.
7. 0.	7. 23,5.	0,99.	18. 0.	2. 57,1.	0,18.	51	0. 47,0.	0,03.	84	6,1.	0,02.
7. 10.	7. 14,1.	0,94.	19. 0.	2. 47,2.	0,16.	52	0. 45,4.	0,03.	85	5,1.	0,02.
7. 20.	7. 5,1.	0,90.	20. 0.	2. 38,4.	0,15.	53	0. 43,8.	0,03.	86	4,1.	0,02.
7. 30.	6. 56,6.	0,85.	21. 0.	2. 30,3.	0,13.	54	0. 42,2.	0,03.	87	3,0.	0,02.
7. 40.	6. 48,5.	0,81.	22. 0.	2. 22,9.	0,12.	55	0. 40,7.	0,02.	88	2,0.	0,02.
7. 50.	6. 40,8.	0,77.	23. 0.	2. 16,1.	0,11.	56	0. 39,2.	0,02.	89	1,0.	0,02.
8. 0.	6. 33,3.	0,75.	24. 0.	2. 9,8.	0,10.	57	0. 37,7.	0,02.	90	0,0.	0,02.
			25. 0.	2. 4,0.	0,10.	58	0. 36,3.	0,02.			

II. Tafel.

Korrektion der Refraktion

für jeden Grad des Reaumürschen Thermometers.

Thermometer	Korrektion	Thermometer	Korrektion	Thermometer	Korrektion	Thermometer	Korrektion	Thermometer	Korrektion	Thermometer	Korrektion	Thermometer	Korrektion
+25°	−4″,51	+20°	−3″,25	+15°	−1″,93	+10°	—0″,57	+5°	+0″,86	± 0°	+2″,36	—5°	+3″,94
+24	− 4,25	+19	− 2,99	+14	− 1,66	+ 9	— 0,29	+ 4	+ 1,16	— 1	+2 , 68	—6	+4 , 26
+23	− 4,00	+18	− 2,72	+13	− 1,39	+ 8	± 0,00	+ 3	+ 1,46	— 2	+2 , 99	—7	+4 , 58
+22	− 3,75	+17	− 2,46	+12	− 1,12	+ 7	+ 0,29	+ 2	+ 1,76	— 3	+3 , 30	—8	+4 , 92
+21	− 3,50	+16	− 2,20	+11	− 0,85	+ 6	+ 0,58	+ 1	+ 2,06	— 4	+3 , 62	—9	+5 , 25
+20	− 3,25	+15	− 1,93	+10	− 0,57	+ 5	+ 0,86	± 0	+ 2,36	— 5	+3 , 94	—10	+5 , 59

III. Tafel.

Korrektion der Refraktion

für 1 Linie des Barometers über 28 Pariser Zoll.

Refraktion	Korrektion	Refraktion	Korrektion	Refraktion	Korrektion	Refraktion	Korrektion	Refraktion	Korrektion	Refraktion	Korrektion	Refraktion	Korrektion
10″.	0″,03	40″.	0″,12	1′.	0″,18	3′.	0″,54.	5′.	0″,90.	7′.	1″,26.	10′.	1″,80
20.	0 , 06	50.	0 , 15	2.	0 , 36	4.	0 , 72	6.	1 , 08.	8.	1 , 44.	20.	3 , 60
30.	0 , 09	60.	0 , 18	3.	0 , 54	5.	0 , 90.	7.	1 , 26.	9.	1 , 62.	30.	5″,40

IV. Tafel.

Logarithme der Horizontal Parallaxe der Sonne

von zehn zu zehn Tagen, nach altem Styl.

Tage	Logarithme der Parallaxe	Tage	Logarithme der Parallaxe	Tage	Logarithme der Parallaxe
1 Januar	0 , 941. 68	1 May	0 , 929. 71	8 September	0 , 932. 96
11 ——	0 , 941. 29	11 ——	0 , 928. 87	18 ——	0 , 934. 19
21 ——	0 , 940. 69	21 ——	0 , 928. 18	28 ——	0 , 935. 45
31 ——	0 , 939. 91	31 ——	0 , 927. 68	8 Oktober	0 , 936. 68
10 Februar	0 , 938. 97	10 Junius	0 , 927. 35	18 ——	0 , 937. 85
20 ——	0 , 937. 89	20 ——	0 , 927. 27	28 ——	0 , 938. 93
2 März	0 , 936. 72	30 ——	0 , 927. 37	7 November	0 , 939. 88
12 ——	0 , 935. 49	10 Julius	0 , 927. 67	17 ——	0 , 940. 67
22 ——	0 , 934. 24	20 ——	0 , 928. 16	27 ——	0 , 941. 27
1 April	0 , 932. 99	30 ——	0 , 928. 84	7 Dezember	0 , 941. 67
11 ——	0 , 931. 81	9 August	0 , 929. 69	17 ——	0 , 941. 84
21 ——	0 , 930. 70	19 ——	0 , 930. 67	27 ——	0 , 941. 79
1 May	0 , 929. 71	29 ——	0 , 931. 77	31 ——	0 , 941. 71

V. Tafel.

Parallaxe des Mondes

für die Horizontal Parallaxe = 58′, und für jeden Grad der scheinbaren Höhe.

Höhe des ☾	Parallaxe	Ab- oder Zunahme, wenn die Horizontal-Parallaxe unter oder über 58′ ist.													
		1′	2′	3′	4′	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″	10″
0°.	58′.0″	60″	2′.0″	3′.0″	4′.0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″	10″
1.	57.59,47	59,99	1.59,98	2.59,97	3.59,96	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
2.	57.57,88	59,96	1.59,93	2.59,89	3.59,85	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	8,99	9,99
3.	57.55,23	59,92	1.59,84	2.59,75	3.59,67	1,00	2,00	3,00	3,99	4,99	5,99	6,99	7,99	8,99	9,99
4.	57.51,52	59,85	1.59,71	2.59,56	3.59,42	1,00	2,00	2,99	3,99	4,99	5,99	6,99	7,98	8,98	9,98
5.	57.46,76	59,77	1.59,54	2.59,32	3.59,08	1,00	1,99	2,99	3,98	4,98	5,98	6,98	7,97	8,97	9,96
6.	57.40,93	59,67	1.59,34	2.59,01	3.58,69	0,99	1,99	2,98	3,98	4,97	5,97	6,96	7,96	8,95	9,95
7.	57.34,06	59,55	1.59,11	2.58,66	3.58,21	0,99	1,99	2,98	3,97	4,96	5,96	6,95	7,94	8,93	9,93
8.	57.26,13	59,42	1.58,83	2.58,25	3.57,67	0,99	1,98	2,97	3,96	4,95	5,94	6,93	7,92	8,91	9,90
9.	57.17,15	59,26	1.58,52	2.57,78	3.57,05	0,99	1,98	2,96	3,95	4,94	5,93	6,91	7,90	8,89	9,87
10.	57. 7,13	59,09	1.58,18	2.57,27	3.56,36	0,98	1,97	2,95	3,94	4,92	5,91	6,89	7,88	8,86	9,85
11.	56.56,06	58,90	1.57,80	2.56,69	3.55,59	0,98	1,96	2,94	3,93	4,91	5,89	6,87	7,85	8,83	9,82
12.	56.43,95	58,69	1.57,38	2.56,07	3.54,76	0,98	1,96	2,93	3,91	4,89	5,87	6,85	7,83	8,80	9,78
13.	56.30,81	58,46	1.56,92	2.55,39	3.53,85	0,97	1,95	2,92	3,90	4,87	5,85	6,82	7,80	8,77	9,74
14.	56.16,63	58,22	1.56,44	2.54,65	3.52,87	0,97	1,94	2,91	3,88	4,85	5,82	6,79	7,76	8,73	9,70
15.	56. 1,42	57,96	1.55,91	2.53,87	3.51,82	0,97	1,93	2,90	3,86	4,83	5,80	6,76	7,73	8,69	9,66
16.	55.45,19	57,68	1.55,35	2.53,03	3.50,70	0,96	1,92	2,88	3,84	4,80	5,77	6,73	7,69	8,65	9,61
17.	55.27,94	57,38	1.54,76	2.52,13	3.49,51	0,96	1,91	2,87	3,83	4,78	5,74	6,70	7,65	8,61	9,56
18.	55. 9,68	57,06	1.54,13	2.51,19	3.48,25	0,95	1,90	2,85	3,80	4,75	5,71	6,66	7,61	8,56	9,51
19.	54.50,40	56,73	1.53,46	2.50,19	3.46,93	0,95	1,89	2,84	3,78	4,73	5,67	6,62	7,56	8,51	9,46
20.	54.30,13	56,38	1.52,76	2.49,14	3.45,53	0,94	1,88	2,82	3,76	4,70	5,64	6,58	7,52	8,46	9,40
21.	54. 8,86	56,01	1.52,03	2.48,04	3.44,06	0,93	1,87	2,80	3,73	4,67	5,60	6,53	7,47	8,40	9,33
22.	53.46,60	55,63	1.51,26	2.46,89	3.42,52	0,93	1,85	2,78	3,71	4,64	5,56	6,49	7,42	8,34	9,27
23.	53.23,36	55,23	1.50,46	2.45,69	3.40,92	0,92	1,84	2,76	3,68	4,60	5,52	6,44	7,36	8,28	9,20
24.	52.59,14	54,81	1.49,63	2.44,44	3.39,25	0,91	1,83	2,74	3,65	4,57	5,48	6,39	7,31	8,22	9,13
25.	52.33,95	54,38	1.48,76	2.43,14	3.37,51	0,91	1,81	2,72	3,63	4,53	5,44	6,35	7,25	8,16	9,06
26.	52. 7,80	53,93	1.47,86	2.41,78	3.35,71	0,90	1,80	2,70	3,60	4,49	5,39	6,30	7,19	8,09	8,99
27.	51.40,70	53,46	1.46,92	2.40,38	3.33,84	0,89	1,78	2,67	3,56	4,45	5,35	6,24	7,13	8,02	8,91
28.	51.12,66	52,98	1.45,95	2.38,93	3.31,90	0,88	1,77	2,65	3,53	4,41	5,30	6,18	7,06	7,95	8,83
29.	50.43,68	52,48	1.44,95	2.37,43	3.29,91	0,87	1,75	2,62	3,50	4,37	5,25	6,12	7,00	7,87	8,75
30°.	50.13,76	51,96	1.43,92	2.35,88	3.27,85	0,87	1,73	2,60	3,46	4,33	5,20	6,06	6,93	7,79	8,66

V. Tafel.

Fortsetzung.

Höhe des ☾	Parallaxe	Ab- oder Zunahme, wenn die Parallaxe unter oder über 58′ ist.													
		1′	2′	3′	4′	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″	10″
30°.	50′13″76	51″96	1′43″92	2′35″88	3′27″85	0″87	1″73	2″60	3″46	4″33	5″20	6″06	6″93	7″79	8″ 66
31.	49.42, 94	51 , 43	1.42 , 86	2.34 , 29	3.25 , 72	0, 86	1 , 71	2, 57	3 , 43	4, 29	5 , 14	6 , 00	6, 86	7, 71	8 , 57
32.	49.11, 21	50 , 88	1.41 , 77	2.32 , 65	3.23 , 53	0, 85	1 , 70	2, 54	3 , 39	4, 24	5 , 09	5, 94	6, 78	7, 63	8 , 48
33.	48.38, 57	50 , 32	1.40 , 64	2.30 , 96	3.21 , 28	0, 84	1 , 68	2, 52	3 , 35	4, 19	5 , 03	5 , 87	6, 71	7, 55	8 , 39
34.	48. 5, 05	49 , 74	1.39 , 48	2.29 , 23	3.18 , 97	0, 83	1 , 66	2, 49	3 , 32	4, 14	4 , 97	5 , 80	6, 63	7, 46	8 , 29
35.	47.30, 65	49 , 15	1.38 , 30	2.27 , 45	3.16 , 59	0, 82	1 , 64	2, 46	3 , 28	4, 10	4 , 91	5, 74	6, 55	7, 37	8 , 19
36.	46.55 , 38	48 , 54	1.37 , 08	2.25 , 62	3.14 , 16	0, 81	1 , 62	2 , 43	3 , 24	4, 05	4 , 85	5, 66	6 , 47	7, 28	8 , 09
37.	46.19 , 25	47 , 92	1.35 , 84	2.23 , 75	3.11 , 67	0 , 80	1 , 60	2 , 40	3 , 19	4, 00	4 , 79	5 , 59	6 , 39	7, 19	7 , 99
38.	45.42 , 28	47 , 28	1.34 , 56	2.21 , 84	3. 9, 12	0 , 79	1 , 58	2 , 36	3 , 15	3 , 94	4 , 73	5 , 52	6 , 30	7, 09	7 , 88
39.	45. 4 , 47	46 , 63	1.33 , 26	2.19 , 89	3. 6, 51	0 , 78	1 , 55	2 , 33	3 , 11	3 , 89	4 , 66	5 , 44	6 , 22	6, 99	7 , 77
40.	44.25 , 83	45 , 96	1.31 , 93	2.17 , 89	3. 3, 85	0 , 77	1 , 53	2 , 30	3 , 06	3 , 83	4 , 60	5 , 36	6 , 13	6, 89	7 , 66
41.	43.46 , 39	45 , 28	1.30 , 57	2.15 , 85	3. 1 , 13	0 , 75	1 , 51	2 , 26	3 , 02	3 , 77	4 , 53	5 , 28	6 , 04	6, 79	7 , 55
42.	43. 6 , 14	44 , 59	1.29 , 18	2.13 , 77	2.58 , 36	0 , 74	1 , 49	2 , 23	2 , 97	3 , 72	4 , 46	5 , 20	5 , 94	6, 69	7 , 43
43.	42.25 , 11	43 , 88	1.27 , 76	2.11 , 64	2.55 , 53	0 , 73	1 , 46	2 , 19	2 , 93	3 , 66	4 , 39	5 , 12	5 , 85	6, 58	7 , 31
44.	41.43 , 30	43 , 16	1.26 , 32	2. 9 , 48	2.52 , 64	0 , 72	1 , 44	2 , 16	2 , 88	3 , 60	4 , 32	5 , 04	5 , 75	6 , 47	7 , 19
45.	41. 0 , 73	42 , 43	1.24 , 85	2. 7 , 28	2.49 , 71	0 , 71	1 , 41	2 , 12	2 , 83	3 , 54	4 , 24	4 , 95	5 , 66	6 , 36	7 , 07
46.	40.17 , 41	41 , 68	1.23 , 36	2. 5 , 04	2.46 , 72	0 , 69	1 , 39	2 , 08	2 , 78	3 , 47	4 , 17	4 , 86	5 , 56	6 , 25	6 , 95
47.	39.33 , 35	40 , 92	1.21 , 84	2. 2 , 76	2.43 , 68	0 , 68	1 , 36	2 , 05	2 , 73	3 , 41	4 , 09	4 , 78	5 , 46	6 , 14	6 , 82
48.	38.48 , 57	40 , 15	1.20 , 30	2. 0 , 45	2.40 , 60	0 , 67	1 , 34	2 , 01	2 , 68	3 , 35	4 , 01	4 , 69	5 , 35	6 , 02	6 , 69
49.	38. 3 , 09	39 , 36	1.18 , 73	1.58 , 09	2.37 , 45	0 , 66	1 , 31	1 , 97	2 , 62	3 , 28	3 , 94	4 , 60	5 , 25	5 , 90	6 , 56
50.	37.16 , 90	38 , 57	1.17 , 13	1.55 , 70	2.34 , 27	0 , 64	1 , 29	1 , 93	2 , 57	3 , 21	3 , 86	4 , 50	5 , 14	5 , 78	6 , 43
51.	36.30 , 03	37 , 76	1.15 , 52	1.53 , 28	2.31 , 04	0 , 63	1 , 26	1 , 89	2 , 52	3 , 15	3 , 78	4 , 41	5 , 03	5 , 66	6 , 29
52.	35.42 , 50	36 , 94	1.13 , 88	1.50 , 82	2.27 , 76	0 , 62	1 , 23	1 , 85	2 , 46	3 , 08	3 , 69	4 , 31	4 , 93	5 , 54	6 , 16
53.	34.54 , 32	36 , 11	1.12 , 22	1.48 , 33	2.24 , 43	0 , 60	1 , 20	1 , 81	2 , 41	3 , 01	3 , 61	4 , 21	4 , 81	5 , 42	6 , 02
54.	34. 5 , 49	35 , 27	1.10 , 53	1.45 , 80	2.21 , 07	0 , 59	1 , 18	1 , 76	2 , 35	2 , 94	3 , 53	4 , 11	4 , 70	5 , 29	5 , 88
55.	33.16 , 05	34 , 41	1. 8 , 83	1.43 , 24	2.17 , 65	0 , 57	1 , 15	1 , 72	2 , 29	2 , 87	3 , 44	4 , 01	4 , 59	5 , 16	5 , 74
56.	32.25 , 99	33 , 55	1. 7 , 10	1.40 , 65	2.14 , 21	0 , 56	1 , 12	1 , 68	2 , 24	2 , 80	3 , 36	3 , 91	4 , 47	5 , 03	5 , 59
57.	31.35 , 34	32 , 68	1. 5 , 36	1.38 , 04	2.10 , 72	0 , 54	1 , 09	1 , 63	2 , 18	2 , 72	3 , 27	3 , 81	4 , 36	4 , 90	5 , 45
58.	30.44 , 12	31 , 80	1. 3 , 59	1.35 , 39	2. 7 , 18	0 , 53	1 , 06	1 , 59	2 , 12	2 , 65	3 , 18	3 , 71	4 , 24	4 , 77	5 , 30
59.	29.52 , 33	30 , 90	1. 1 , 80	1.32 , 71	2. 3 , 61	0 , 51	1 , 03	1 , 54	2 , 06	2 , 57	3 , 09	3 , 60	4 , 12	4 , 64	5 , 15
60°.	29. 0 , 00	30 , 00	1′ 0 , 00	1′30 , 00	2′ 0 , 00	0 , 50	1 , 00	1 , 50	2 , 00	2 , 50	3 , 00	3 , 50	4 , 00	4 , 50	5 , 00

Y. Tafel.

Fortsetzung.

Höhe des ☾	Parallaxe	Ab- oder Zunahme, wenn die Parallaxe unter oder über 58′ ist.													
		1′	2′	3′	4′	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″	10″
60°.	29′.0″,00	30″00	60″00	1′30″00	2′ 0″00	0″50	1″00	1″50	2″00	2″50	3″00	3″50	4″00	4″50	5″00
61.	28. 7 , 14	29 , 09	58 , 18	1.27 , 26	1.56, 35	0, 48	0, 97	1 , 45	1 , 94	2, 42	2, 91	3, 39	3, 88	4, 36	4, 85
62.	27.13 , 76	28 , 17	56 , 34	1.24 , 50	1.52, 67	0, 47	0, 94	1 , 41	1 , 88	2, 35	2, 82	3, 29	3, 76	4, 22	4, 70
63.	26.19 , 89	27 , 24	54 , 48	1.21 , 72	1.48, 95	0, 45	0, 91	1 , 36	1 , 82	2, 27	2, 72	3, 18	3, 63	4, 09	4, 54
64.	25.25 , 53	26 , 30	52 , 60	1.18 , 91	1.45, 21	0, 44	0, 88	1 , 31	1 , 75	2, 19	2, 65	3, 07	3, 51	3, 95	4, 38
65.	24.30 , 71	25 , 36	50 , 71	1.16 , 07	1.41, 43	0, 42	0, 85	1 , 27	1 , 69	2, 11	2, 54	2, 96	3, 38	3, 80	4, 23
66.	23.35 , 44	24 , 40	48 , 81	1.13 , 21	1.37, 62	0, 41	0, 81	1 , 22	1 , 63	2, 03	2, 44	2, 85	3, 25	3, 66	4, 07
67.	22.39 , 74	23 , 44	46 , 89	1.10 , 33	1.33, 78	0, 39	0, 78	1 , 17	1 , 56	1 , 95	2, 34	2, 73	3, 13	3, 52	3, 91
68.	21.43 , 63	22 , 48	44 , 95	1. 7 , 43	1.29, 91	0, 37	0, 75	1 , 12	1 , 50	1 , 87	2, 25	2, 62	3, 00	3, 37	3, 75
69.	20.47 , 12	21 , 50	43 , 00	1. 4 , 51	1.26, 01	0, 36	0, 72	1 , 07	1 , 43	1 , 79	2, 15	2, 51	2, 87	3, 23	3, 58
70.	19.50 , 23	20 , 52	41 , 04	1. 1 , 56	1.22, 08	0, 34	0, 68	1 , 03	1 , 37	1 , 71	2, 05	2, 40	2, 74	3, 08	3, 42
71.	18.52 , 98	19 , 53	39 , 07	0.58 , 60	1.18, 13	0, 33	0, 65	0 , 98	1 , 30	1 , 63	1 , 95	2, 28	2, 60	2, 93	3, 25
72.	17.55 , 38	18 , 54	37 , 08	0.55 , 62	1.14, 16	0, 31	0, 62	0 , 93	1 , 24	1 , 55	1 , 85	2, 16	2, 47	2, 78	3, 09
73.	16.57 , 45	17 , 54	35 , 08	0.52 , 63	1.10, 17	0, 29	0, 58	0 , 88	1 , 17	1 , 46	1 , 75	2, 04	2, 34	2, 63	2, 92
74.	15.59 , 22	16 , 54	33 , 08	0.49 , 61	1. 6, 15	0, 28	0, 55	0 , 83	1 , 10	1 , 38	1 , 65	1 , 93	2, 20	2, 48	2, 76
75.	15. 0 , 69	15 , 53	31 , 06	0.46 , 59	1. 2, 12	0, 26	0, 52	0 , 78	1 , 04	1 , 29	1 , 55	1, 81	2, 07	2, 33	2, 59
76.	14. 1 , 89	14 , 52	29 , 03	0.43 , 55	0.58, 06	0, 24	0, 48	0 , 73	0, 97	1 , 21	1 , 45	1 , 69	1 , 94	2, 18	2, 42
77.	13. 2 , 83	13 , 50	26 , 99	0.40 , 49	0.53, 99	0, 22	0, 45	0 , 67	0, 90	1 , 12	1 , 35	1 , 57	1 , 80	2, 02	2, 25
78.	12. 3 , 53	12 , 47	24 , 95	0.37 , 42	0.49, 90	0, 21	0, 42	0 , 62	0, 83	1 , 04	1 , 25	1 , 46	1 , 66	1 , 87	2, 08
79.	11. 4 , 02	11 , 45	22 , 90	0.34 , 35	0.45, 79	0, 19	0, 38	0 , 57	0, 76	0 , 95	1 , 14	1 , 33	1 , 53	1 , 72	1 , 91
80.	10. 4 , 30	10 , 42	20 , 84	0.31 , 26	0.41, 67	0, 17	0, 35	0 , 52	0, 69	0 , 87	1 , 04	1 , 21	1 , 39	1 , 56	1 , 74
81.	9. 4 , 39	9 , 39	18 , 77	0.28 , 16	0.37, 55	0, 16	0, 31	0 , 47	0, 63	0 , 78	0 , 94	1 , 10	1 , 25	1 , 41	1 , 56
82.	8. 4 , 32	8 , 35	16 , 70	0.25 , 05	0.33, 40	0, 14	0, 28	0 , 42	0, 56	0 , 70	0 , 83	0, 98	0 , 11	1 , 25	1 , 39
83.	7. 4 , 11	7 , 31	14 , 62	0.21 , 93	0.29, 24	0, 12	0, 24	0 , 37	0, 49	0 , 61	0 , 73	0, 85	0 , 97	1 , 10	1 , 22
84.	6. 3 , 76	6 , 27	12 , 54	0.18 , 82	0.25, 09	0, 10	0, 21	0 , 31	0, 42	0 , 52	0 , 63	0, 73	0 , 84	0 , 94	1 , 04
85.	5. 3 , 30	5 , 23	10 , 46	0.15 , 69	0.20, 92	0, 09	0, 17	0 , 26	0, 35	0 , 44	0 , 52	0, 61	0 , 70	0 , 78	0 , 87
86.	4. 2, 75	4 , 19	8 , 37	0.12 , 56	0.16, 74	0, 07	0, 14	0 , 21	0, 28	0, 35	0, 42	0, 49	0, 56	0 , 63	0 , 70
87.	3. 2, 13	3 , 14	6 , 28	0. 9 , 42	0.12, 56	0, 05	0, 10	0 , 16	0, 21	0, 26	0, 31	0, 36	0, 42	0 , 47	0 , 52
88.	2. 1, 45	2 , 09	4 , 19	0. 6 , 28	0. 8, 38	0, 03	0, 07	0 , 10	0, 14	0, 17	0, 21	0, 24	0, 28	0 , 31	0 , 35
89.	1. 0, 73	1 , 05	2 , 09	0. 3 , 14	0. 4, 19	0, 02	0, 03	0 , 05	0, 07	0, 09	0, 10	0, 12	0, 14	0 , 16	0 , 17
90°.	0. 0, 00	0 , 00	0 , 00	0. 0 , 00	0. 0, 00	0, 00	0, 00	0 , 00	0, 00	0, 00	0, 00	0, 00	0, 06	0 , 00	0 , 00

VI. Tafel.

Verwandlung der Bogen des Aequators in Zeit.

Grade	St. Min.	Grade	St. Min.	Min.	Min. Sek.	Min.	Min. Sek.	Sek.	Sekunden	Sek.	Sekunden
1°.	0. 4.	20°.	1. 20.	1′.	0. 4.	13′.	0. 52.	1″	0, 067.	13″.	0, 867.
2.	0. 8.	30.	2. 0.	2.	0. 8.	14.	0. 56.	2.	0, 133.	14.	0, 933.
3.	0. 12.	40.	2. 40.	3.	0. 12.	15.	1. 0.	3.	0, 200.	15.	1, 000.
4.	0. 16.	50.	3. 20.	4.	0. 16.	16.	1. 4.	4.	0, 267.	16.	1, 067.
5.	0. 20.	60.	4. 0.	5.	0. 20.	17.	1. 8.	5.	0, 333.	17.	1, 133.
6.	0. 24.	70.	4. 40.	6.	0. 24.	18.	1. 12.	6.	0, 400.	18.	1, 200.
7.	0. 28.	80.	5. 20.	7.	0. 28.	19.	1. 16.	7.	0, 467.	19.	1, 267.
8.	0. 32.	90.	6. 0.	8.	0. 32.	20.	1. 20.	8.	0, 533.	20.	1, 333.
9.	0. 36.	100.	6. 40.	9.	0. 36.	30.	2. 0.	9.	0, 600.	30.	2, 000.
10.	0. 40.	200.	13. 20.	10.	0. 40.	40.	2. 40.	10.	0, 667.	40.	2, 667.
15°.	1. 0.	300.	20. 0.	11.	0. 44.	50.	3. 20.	11.	0, 733.	50.	3, 333.
		360°.	24. 0.	12′.	0. 48.	59′.	3. 56.	12″.	0, 800.	59″.	3, 933.

VII. Tafel.

Verwandlung der Zeit in Bogen des Aequators.

Stunden	Grade	Min.	Grade Min.	Sek.	Min. Sek.	Zehntel von Sekunden	Sekunden	Hundert-Theile von Sekunden	Sekunden
1.	15°.	1.	0°. 15′.	1.	0′. 15″.	0, 1.	1″, 5.	0, 01.	0″, 15.
2.	30.	2.	0. 30.	2.	0. 30.	0, 2.	3, 0.	0, 02.	0, 30.
3.	45.	3.	0. 45.	3.	0. 45.	0, 3.	4, 5.	0, 03.	0, 45.
4.	60.	4.	1. 0.	4.	1. 0.	0, 4.	6, 0.	0, 04.	0, 60.
5.	75.	5.	1. 15.	5.	1. 15.	0, 5.	7, 5.	0, 05.	0, 75.
6.	90.	6.	1. 30.	6.	1. 30.	0, 6.	9, 0.	0, 06.	0, 90.
7.	105.	7.	1. 45.	7.	1. 45.	0, 7.	10, 5.	0, 07.	1, 05.
8.	120.	8.	2. 0.	8.	2. 0.	0, 8.	12, 0.	0, 08.	1, 20.
9.	135.	9.	2. 15.	9.	2. 15.	0, 9.	13, 5.	0, 09.	1, 35.
10.	150.	10.	2. 30.	10.	2. 30.				
11.	165.	20.	5. 0.	20.	5. 0.				
12.	180.	30.	7. 30.	30.	7. 30.				
20.	300.	40.	10. 0.	40.	10. 0.				
24.	360°.	50.	12°. 30′.	50.	12′. 30″.				

VIII. Tafel.

Rektaszension und Deklination einiger Sterne.

Am ersten des Monats nach altem Styl	α im Widder (2ter Größe)		Aldebaran (1ter Größe)		Pollux (2ter Größe)	
	Rektaszension St. Min. Sek.	Nordliche Abweichung	Rektaszension St. Min. Sek.	Nordliche Abweichung	Rektaszension St. Min. Sek.	Nordliche Abweichung
1819. Januar	1. 56. 58, 83	22°.36′.17″,1	4. 25. 33, 10	16°. 8′.14″,6	7. 34. 15, 51	28°.27′.14″,4
April	= 56. 58, 05	= = 10, 8	= = 31, 97	= = 14, 2	= = 14, 91	= = 19, 0
Julius	= 57. 0, 16	= = 17, 1	= = 32, 93	= = 18, 7	= = 14, 54	= = 17, 0
Oktober	= 57. 2, 61	= = 32, 8	= = 35, 74	= = 26, 0	= = 16, 93	= = 10, 4
1820. Januar	= = 2, 54	= = 36, 7	= = 36, 91	= = 23, 8	= = 19, 66	= = 6, 0
April	= = 1, 79	= = 30, 2	= = 35, 77	= = 23, 1	= = 19, 06	= = 10, 1
Julius	= = 3, 92	= = 36, 5	= = 36, 77	= = 27, 4	= = 18, 70	= = 7, 8
Oktober	= = 6, 36	= = 52, 2	= = 39, 59	= = 34, 6	= = 21, 12	= 27. 0, 7
1821. Januar	= = 6, 28	= = 55, 9	= = 40, 73	= = 32, 1	= = 23, 83	= 26. 56, 5
April	= = 5, 54	= = 49, 3	= = 39, 61	= = 31, 1	= = 23, 22	= 27. 0, 3
Julius	= = 7, 67	22. 36. 55, 4	= = 40, 59	= = 35, 2	= = 22, 85	= 26. 57, 8
Oktober	= = 10, 11	22. 37. 10, 8	= = 43, 40	= = 42, 0	= = 25, 24	= 26. 50, 4
1822. Januar	= = 10, 03	= = 14, 3	= = 44, 55	= = 39, 3	= = 27, 94	= = 46, 0
April	= = 9, 28	= = 7, 5	= = 43, 41	= = 38, 1	= = 27, 32	= = 49, 5
Julius	= = 11, 39	= = 13, 4	= = 44, 37	= = 41, 9	= = 26, 92	= = 46, 9
Oktober	= = 13, 82	= = 27, 6	= = 47, 16	= = 48, 5	= = 28, 35	= = 39, 4
1823. Januar	= = 13, 80	= = 32, 0	= = 48, 29	= = 45, 5	= = 31, 95	= = 34, 8
April	= = 13, 01	= = 25, 0	= = 47, 13	= = 44, 1	= = 31, 31	= = 38, 3
Julius	= = 15, 10	= = 30, 6	= = 48, 06	= = 47, 8	= = 30, 87	= = 35, 6
Oktober	= = 17, 53	= = 45, 6	= = 50, 82	= = 54, 0	= = 33, 19	= = 28, 3
1824. Januar	= = 17, 35	= = 48, 6	= = 51, 93	= = 50, 8	= = 35, 84	= = 23, 2
April	= = 16, 53	= = 41, 4	= = 50, 73	= = 49, 2	= = 35, 15	= = 26, 8
Julius	= = 18, 61	22. 37. 46, 9	= = 51, 64	= = 52, 6	= = 34, 68	= = 23, 9
Oktober	= = 20, 98	22. 38. 1, 7	= = 54, 38	= = 58, 9	= = 36, 99	= = 16, 3
1825. Januar	= = 20, 82	= 38. 4, 6	= = 55, 43	= = 55, 6	= = 39, 58	= = 11, 7
April	= = 19, 99	= 37. 57, 2	= = 54, 21	= = 53, 9	= = 38, 85	= = 15, 3
Julius	= = 22, 03	= 38. 2, 4	= = 55, 08	= 8. 57, 2	= = 38, 35	= = 12, 5
Oktober	= = 24, 37	= 38. 17, 0	= = 57, 78	= 9. 3, 3	= = 40, 61	= = 5, 0
1826. Januar	= = 24, 18	= = 19, 8	= = 58, 80	= 9. 0, 0	= = 43, 16	= = 0, 5
April	= = 23, 31	= = 12, 2	= = 57, 55	= 8. 58, 3	= = 42, 40	= = 4, 2
Julius	= = 25, 30	= = 18, 3	4. 25. 58, 38	= 9. 1, 6	= = 41, 86	= 26. 1, 6
Oktober	= = 27, 61	= = 31, 8	4. 26. 1, 04	= 9. 7, 7	= = 44, 08	= 25. 54, 3
1827. Januar	= = 27, 40	= = 34, 5	= = 2, 04	= = 4, 5	= = 46, 61	= = 49, 9
April	= = 26, 52	= = 27, 0	= = 0, 76	= = 2, 8	= = 45, 83	= = 53, 8
Julius	= = 28, 45	= = 32, 0	= = 1, 55	= = 6, 2	= = 45, 26	= = 51, 5
Oktober	= = 30, 73	= = 46, 4	= = 4, 19	= = 12, 4	= = 47, 44	= = 44, 8
1828. Januar	= = 30, 49	= = 49, 0	= = 5, 17	= = 9, 3	= = 49, 96	= = 40, 2
April	= = 29, 55	= = 41, 3	= = 3, 85	= = 7, 7	= = 49, 14	= = 44, 4
Julius	= = 31, 51	22. 38. 46, 5	= = 4, 64	= = 11, 3	= = 48, 56	= = 42, 2
Oktober	1^h.57′.33,76.	22°.39′.1″,0.	4^h.26′.7″,26.	16°.9′.17″,8.	7^h.34′.50″,75	28°.25′.35″,4

VIII. Tafel.

Fortsetzung.

Am ersten des Monats nach altem Styl	Regulus (1ter Größe)		Kornähre der Jungfrau (1ter Größe)		Antares im Skorpion (1ter Größe)	
	Rektaszension St. Min. Sek.	Nördliche Abweichung	Rektaszension St. Min. Sek.	Südliche Abweichung	Rektaszension St. Min. Sek.	Südliche Abweichung
1819. Januar	9. 58. 44,15	12°.50'.53'',8	13. 15. 39,74	10°.12'.38'',7	16. 18. 17,90	26°. 1'. 1'',7.
April	= = 44,65	= = 51,9	= = 41,75	= = 51,8	= = 20,90	= = 9,4
Julius	= = 43,85	= = 55,8	= = 41,46	= = 50,7	= = 22,05	= = 13,9
Oktober	= = 44,89	= = 50,4	= = 40,96	= = 47,3	= = 20,89	= = 12,0
1820. Januar	= = 47,74	= = 34,8	= = 43,23	= 12. 59,9	= = 21,97	= = 11,7
April	= = 48,24	= = 32,7	= = 45,26	= 13. 13,0	= = 25,00	= = 19,2
Julius	= = 47,44	= = 36,4	= = 44,97	= = 11,7	= = 26,12	= = 23,4
Oktober	= = 48,51	= = 30,8	= = 44,49	= = 8,2	= = 24,97	= = 21,1
1821. Januar	= = 51,35	= = 15,1	= = 46,78	= = 20,8	= = 26,09	= = 20,5
April	= = 51,83	= = 12,9	= = 48,79	= = 33,8	= = 29,09	= = 27,8
Julius	= = 51,02	= = 16,5	= = 48,50	= = 32,4	= = 30,23	= = 31,8
Oktober	= = 52,07	= 50. 10,8	= = 48,01	= = 28,8	= = 29,07	= = 29,3
1822. Januar	= = 54,89	= 49. 55,1	= = 50,28	= = 41,2	= = 30,16	= = 28,4
April	= = 55,37	= = 52,8	= = 52,29	= = 54,0	= = 33,15	= = 35,4
Julius	= = 54,54	= = 56,4	= = 51,99	= = 52,5	= = 34,28	= = 39,1
Oktober	= = 55,55	= = 50,7	= = 51,48	= 13. 48,7	= = 33,11	= = 36,5
1823. Januar	= = 58,36	= = 34,9	= = 53,73	= 14. 0,8	= = 34,17	= = 35,3
April	= = 58,81	= = 32,7	= = 55,72	= = 13,4	= = 37,14	= = 42,1
Julius	= = 57,96	= = 36,4	= = 55,40	= = 11,7	= = 38,25	= = 45,5
Oktober	= 58. 58,93	= = 30,8	= = 54,87	= = 7,7	= = 37,04	= = 42,7
1824. Januar	= 59. 1,71	= = 15,0	= = 57,08	= = 19,7	= = 38,07	= = 41,4
April	= = 2,13	= = 12,9	= = 59,05	= = 32,1	= = 41,03	= = 47,9
Julius	= = 1,24	= = 16,7	= = 58,69	= = 30,2	= = 42,08	= = 51,3
Oktober	= = 2,21	= 49. 11,1	= 15. 58,20	= = 25,9	= = 40,84	= = 48,1
1825. Januar	= = 4,94	= 48. 55,7	= 16. 0,34	= = 37,7	= = 41,86	= = 46,6
April	= = 5,32	= = 53,6	= = 2,26	= = 49,9	= = 44,76	= = 53,1
Julius	= = 4,41	= = 57,6	= = 1,88	= = 47,8	= = 45,78	= = 56,4
Oktober	= = 5,33	= = 52,3	= = 1,28	= = 43,3	= = 44,50	= = 53,2
1826. Januar	= = 8,04	= = 36,9	= = 3,45	= 14. 54,9	= = 45,47	= = 51,7
April	= = 8,40	= = 35,1	= = 5,35	= 15. 7,0	= = 48,34	= 1. 58,1
Julius	= = 7,45	= = 39,3	= = 4,93	= = 4,7	= = 49,33	= 2. 1,3
Oktober	= = 8,33	= = 34,2	= = 4,31	= = 0,1	= = 48,02	= 1. 58,2
1827. Januar	= = 11,01	= = 19,1	= = 6,44	= = 11,6	= = 48,94	= 1. 56,7
April	= = 11,35	= = 17,5	= = 8,31	= = 23,5	= = 51,77	= 2. 3,2
Julius	= = 10,38	= = 21,9	= = 7,87	= = 21,1	= = 52,75	= = 6,5
Oktober	= = 11,24	= = 17,0	= = 7,22	= = 16,5	= = 51,40	= = 3,5
1828. Januar	= = 13,90	= = 2,1	= = 9,32	= = 27,8	= = 52,29	= = 2,1
April	= = 14,21	= = 0,8	= = 11,17	= = 39,8	= = 55,12	= = 8,8
Julius	= = 13,22	= = 5,3	= = 10,70	= = 37,3	= = 56,04	= = 12,2
Oktober	9h.59'.14'',09.	12°.48'. 0'',6.	13h.16'.10'',04.	10°.15'.32'',6.	16h.18'.54'',67.	26°. 2'. 9'',3.

VIII. Tafel.

Fortsetzung.

Am ersten des Monats nach altem Styl	Atair im Adler (1. 2. Größe) Rektaszension St. Min. Sek.	Nordliche Abweichung	Fomalhaut (1. Größe) Rektaszension St. Min. Sek.	Südliche Abweichung	Markab im Pegasus (2. Größe) Rektaszension St. Min. Sek.	Nordliche Abweichung
1819. Januar	19. 41. 54, 87	8°.23'.46'',3	22. 47. 36, 09	30°.34'.48'',6	22. 55. 43, 62	14°.14'.10'',1
April	= = 56, 90	= 23. 40, 4	= = 36, 83	= = 33, 5	= = 44, 18	= = 11, 9
Julius	= = 59, 16	= 23. 55, 9	= = 39, 83	= = 17, 1	= = 46, 87	= = 7, 1
Oktober	= = 58, 66	= 24. 5, 3	= = 40, 90	= = 22, 6	= = 47, 93	= = 14, 8
1820. Januar	= 41. 58, 09	= 23. 55, 6	= = 39, 79	= = 27, 8	= = 46, 93	= = 31, 4
April	= 42. 0, 15	= 23. 49, 9	= = 40, 54	= 34. 12, 7	= = 47, 51	= = 33, 4
Julius	= = 2, 39	= 24. 5, 7	= = 43, 52	= 33. 56, 1	= = 50, 20	= = 28, 6
Oktober	= = 1, 88	= 24. 15, 4	= = 44, 59	= 34. 1, 5	= = 51, 20	= = 36, 4
1821. Januar	= = 1, 33	= = 5, 8	= = 43, 47	= 34. 6, 6	= = 50, 27	= = 53, 1
April	= = 3, 38	= = 0, 4	= = 44, 20	= 33. 51, 4	= = 50, 85	= = 55, 1
Julius	= = 5, 62	= = 16, 5	= = 47, 17	= = 34, 9	= = 53, 54	= = 50, 4
Oktober	= = 5, 11	= = 26, 3	= = 48, 22	= = 40, 2	= = 54, 54	= 14. 58, 2
1822. Januar	= = 4, 54	= = 17, 0	= = 47, 08	= = 45, 3	= = 53, 60	= 15. 14, 9
April	= = 6, 57	= = 11, 7	= = 47, 78	= = 30, 1	= = 54, 17	= = 16, 9
Julius	= = 8, 81	= = 27, 9	= = 50, 73	= = 13, 6	= = 56, 85	= = 12, 1
Oktober	= = 8, 29	= = 38, 0	= = 51, 75	= = 19, 0	= = 57, 83	= = 19, 9
1823. Januar	= = 7, 70	= = 28, 8	= = 50, 58	= = 24, 1	= = 56, 88	= = 36, 5
April	= = 9, 70	= = 23, 6	= = 51, 25	= 33. 9, 0	= 55. 57, 43	= = 38, 4
Julius	= = 11, 93	= = 39, 9	= = 54, 17	= 32. 52, 6	= 56. 0, 09	= = 33, 6
Oktober	= = 11, 39	= = 50, 0	= = 55, 15	= 32. 58, 1	= = 1, 05	= = 41, 2
1824. Januar	= = 10, 76	= = 40, 9	= = 53, 95	= 33. 3, 4	= = 0, 07	= = 57, 7
April	= = 12, 76	= = 35, 8	= = 54, 59	= 32. 48, 4	= = 0, 60	= = 59, 5
Julius	= = 14, 94	= 24. 52, 1	= = 57, 47	= = 32, 1	= = 3, 23	= 15. 54, 5
Oktober	= = 14, 35	= 25. 2, 2	= = 58, 41	= = 37, 8	= = 4, 16	= 16. 1, 9
1825. Januar	= = 13, 72	= 24. 53, 0	= = 57, 18	= = 43, 2	= = 3, 16	= = 18, 2
April	= = 15, 68	= 24. 47, 8	= 47. 57, 78	= = 28, 4	= = 3, 65	= = 19, 8
Julius	= = 17, 84	= 25. 4, 1	= 48. 0, 63	= = 12, 3	= = 6, 26	= = 14, 6
Oktober	= = 17, 23	= 25. 14, 1	= = 1, 55	= = 18, 2	= = 7, 16	= = 21, 9
1826. Januar	= = 16, 56	= 25. 4, 7	= = 0, 27	= = 23, 8	= = 6, 12	= = 38, 0
April	= = 18, 48	= 24. 59, 4	= = 0, 85	= 32. 9, 2	= = 6, 59	= = 39, 4
Julius	= = 20, 62	= 25. 15, 5	= = 3, 67	= 31. 55, 3	= = 9, 16	= = 34, 0
Oktober	= = 19, 99	= 25. 25, 3	= = 4, 55	= 31. 59, 4	= = 10, 03	= = 41, 1
1827. Januar	= = 19, 28	= = 15, 8	= = 3, 26	= 32. 5, 3	= = 8, 97	= = 56, 9
April	= = 21, 18	= = 10, 3	= = 3, 81	= 31. 50, 9	= = 9, 41	= = 58, 1
Julius	= = 23, 29	= = 26, 1	= = 6, 61	= = 35, 2	= = 11, 95	= = 52, 5
Oktober	= = 22, 65	= = 35, 7	= = 7, 48	= = 41, 5	= = 12, 80	= 16. 59, 4
1828. Januar	= = 21, 92	= = 26, 0	= = 6, 16	= = 47, 6	= = 11, 78	= 17. 15, 1
April	= = 23, 81	= = 20, 3	= = 6, 70	= = 33, 4	= = 12, 12	= = 16, 1
Julius	= = 25, 89	= = 35, 8	= = 9, 50	= = 17, 8	= = 14, 65	= = 10, 3
Oktober	19^h.42'.25'',21	8°.25'.45'',2.	22^h.48'.10'',35	30°.31',24'',3	22^h.56'.15'',48	14°.17'.17'',0

IX. Tafel.

Entfernung des Polar-Sterns (α im kleinen Bären) vom Pol.

Am ersten des Monats nach altem Styl	Polar-Distanz	Differenz für 1 Tag	Am ersten des Monats nach altem Styl	Polar-Distanz	Differenz für 1 Tag
1819. Januar	1°. 39'. 4",9.	+ 0",203	1824. Januar	1°. 37'. 20",7	+ 0",209
April	= 39. 23 , 2	+ 0 , 115	April	= 37. 39 , 7	+ 0 , 122
Julius	= 39. 33 , 7	— 0 , 295	Julius	= 37. 50 , 8	— 0 , 286
Oktober	= 39. 6 , 6	— 0 , 254	Oktober	= 37. 24 , 5	— 0 , 245
1820. Januar	= 38. 43 , 2	+ 0 , 201	1825. Januar	= 37. 2 , 0	+ 0 , 213
April	= 39. 1 , 5	+ 0 , 115	April	= 37. 21 , 2	+ 0 , 124
Julius	= 39. 12 , 0	— 0 , 294	Julius	= 37. 32 , 5	— 0 , 284
Oktober	= 38. 45 , 0	— 0 , 253	Oktober	= 37. 6 , 4	— 0 , 243
1821. Januar	= 38. 21 , 7	+ 0 , 206	1826. Januar	= 36. 44 , 0	+ 0 , 216
April	= 38. 40 , 2	+ 0 , 113	April	= 37. 3 , 4	+ 0 , 126
Julius	= 38. 50 , 5	— 0 , 290	Julius	= 37. 14 , 9	— 0 , 283
Oktober	= 38. 23 , 8	— 0 , 251	Oktober	= 36. 48 , 9	— 0 , 241
1822. Januar	= 38. 0 , 7	+ 0 , 207	1827. Januar	= 36. 26 , 7	+ 0 , 217
April	= 38. 19 , 3	+ 0 , 118	April	= 36. 46 , 2	+ 0 , 129
Julius	= 38. 30 , 0	— 0 , 291	Julius	= 36. 57 , 9	— 0 , 281
Oktober	= 38. 3 , 2	— 0 , 250	Oktober	= 36. 32 , 0	— 0 , 240
1823. Januar	= 37. 40 , 3	+ 0 , 209	1828. Januar	= 36. 9 , 9	+ 0 , 214
April	= 37. 59 , 1	+ 0 , 120	April	= 36. 29 , 4	+ 0 , 129
Julius	= 38. 10 , 0	— 0 , 288	Julius	= 36. 41 , 1	— 0 , 280
Oktober	1°. 37'. 43",5	— 0",248	Oktober	1°. 36'. 15",3.	— 0",240.

Wahre Zeit der Kulmination des Polar-Sterns.

Nach Altem Styl	Polar-Stern St. Min.	Nach Altem Styl	Polar-Stern St. Min.
1 Januar	5. 19 , 0. Ab.	1 Julius	5. 28 , 4. M.
1 Februar	3. 10 , 8. —	1 August	3. 27 , 2. —
1 Märtz	1. 24 , 0. Ab.	1 September	1. 34 , 0. —
1 April	11. 31 , 0. M.	1 Oktober	11. 45 , 4. Ab.
1 May	9. 37 , 4. —	1 November	9. 45 , 0. —
1 Junius	7. 32 , 0. —	1 Dezember	7. 36 , 5. Ab.

X. Tafel.

Korrektion des Mittags

aus korrespondirenden Sonnen-Höhen.

Länge der ☉ Zeichen.	Grade	log. a	Differenz für 1 Grad	log. b	Differenz für 1 Grad	Länge der ☉ Zeichen.	Grade	log. a	Differenz für 1 Grad	log b	Differenz für 1°
0ˢ.	0°.	0,596.52	—	b = 0	+	IIˢ.	0°.	0,309.23	—	9,874.38	—
	2.	0,595.80	0. 36	8,738.78	149. 86		2.	0,282.71	13. 26	9,857.41	8. 48
	4.	0,594.62	0. 59	9,038.50	87. 11		4.	0,253.74	14. 48	9,837.29	10. 06
	6.	0,593.00	0. 81	9,212.73	61. 26		6.	0,221.98	15. 88	9,813.65	11. 82
	8.	0,590.92	1. 04	9,335.26	46. 98		8.	0,186.96	17. 51	9,786.07	13. 79
	10.	0,588.39	1. 27	9,429.22	37. 82		10.	0,148.10	19. 43	9,753.96	16. 05
			1. 50						21. 73		18. 68
	12.	0,585.38		9,504.87	31. 42		12.	0,104.65		9,716.59	
	14.	0,581.90	1. 74	9,567.72	26. 65		14.	0,055.55	24. 55	9,672.92	21. 83
	16.	0,577.94	1. 98	9,621.03	22. 93		16.	9,999.38	28. 09	9,621.51	25. 70
	18.	0,573.48	2. 23	9,666.90	19. 92		18.	9,934.00	32. 69	9,560.25	30. 63
	20.	0,568.51	2. 49	9,706.75	17. 42		20.	9,856.14	38. 93	9,485.87	37. 19
			2. 75						47. 92		46. 50
	22.	0,563.01		9,741.59	15. 29		22.	9,760.30		9,392.87	
	24.	0,556.96	3. 02	9,772.17	13. 43		24.	9,636.17	62. 06	9,270.95	60. 96
	26.	0,550.35	3. 31	9,799.03	11. 78		26.	9,460.64	87. 77	9,096.99	86. 98
0.	28.	0,543.14	3. 60	9,822.59	10. 30	II.	28.	9,159.90	150. 37	8,797.20	149. 90
I.	0.	0,535.31	3. 91	9,843.18	8. 93	III.	0.	a = 0	—	b = 0	—
			4. 24						+		+
	2.	0,526.83		9,861.05	7. 67		2.	9,159.73	150. 28	8,797.02	149. 80
	4.	0,517.66	4. 58	9,876.39	6. 48		4.	9,460.28	87. 68	9,096.63	86. 90
	6.	0,507.78	4. 94	9,889.35	5. 34		6.	9,635.64	61. 97	9,270.42	60. 87
	8.	0,497.12	5. 33	9,900.04	4. 25		8.	9,759.59	47. 83	9,392.16	46. 41
	10.	0,485.65	5. 74	9,908.55	3. 19		10.	9,855.26	38. 84	9,484.99	37. 10
			6. 17								
	12.	0,473.31		9,914.93	2. 14		12.	9,932.94	32. 60	9,559.20	30. 54
	14.	0,460.03	6. 64	9,919.21	1. 10		14.	9,998.15	28. 00	9,620.28	25. 62
	16.	0,445.75	7. 14	9,921.40	0. 04		16.	0,054.15	24. 46	9,671.52	21. 75
	18.	0,430.39	7. 68	9,921.49	—		18.	0,103.07	21. 64	9,715.02	18. 60
	20.	0,413.86	8. 27	9,919.44	1. 02		20.	0,146.36	19. 35	9,752.23	15. 97
			8. 91		2. 12						
	22.	0,396.04		9,915.20	3. 25		22.	0,185.05	17. 43	9,784.16	13. 71
	24.	0,376.83	9. 61	9,908.70	4. 44		24.	0,219.91	15. 80	9,811.59	11. 73
	26.	0,356.07	10. 38	9,899.82	5. 69		26.	0,251.52	14. 40	9,835.06	9. 99
I.	28.	0,333.61	11. 23	9,888.44	7. 03	III.	28.	0,280.32	13. 19	9,855.03	8. 40
II.	0.	0,309.23	12. 19	9,874.38	8. 48	IVˢ.	0°.	0,306.69	12. 11	9,871.84	6. 95
			13. 26								
			—		—				+		+

Die Korrektion ist = bb — aa tang Polhöhe. (0ˢ 0° bis IIˢ 0°)

Die Korrektion ist = bb — aa tang Polhöhe. (IIˢ 0° bis IIIˢ 0°)

Die Korrektion ist = aa tang Polhöhe — bb. (IIIˢ 0° bis IVˢ 0°)

X. Tafel.

Fortsetzung.

Die Korrektion ist = aa tang Polhöhe — bb.

Länge der ⊙ Zeichen. Grade	log. a	Differenz für 1°	log. b	Differenz für 1°
		+		+
IVs. 0°.	0,306.69	12. 11	9,871.84	6. 95
2.	0,330.92	11. 16	9,885.75	5. 62
4.	0,353.24	10. 31	9,896.99	4. 36
6.	0,373.85	9. 54	9,905.72	3. 18
8.	0,392.92	8. 84	9,912.08	2. 05
10.	0,410.60	8. 20	9,916.18	0. 96
				—
12.	0,427.00	7. 62	9,918.10	0. 11
14.	0,442.23	7. 08	9,917.88	1. 16
16.	0,456.39	6. 58	9,915.57	2. 20
18.	0,469.55	6. 11	9,911.17	3. 25
20.	0,481.77	5. 68	9,904.67	4. 30
22.	0,493.14	5. 28	9,896.06	5. 40
24.	0,503.69	4. 89	9,885.26	6. 53
26.	0,513.48	4. 54	9,872.20	7. 71
IV. 28.	0,522.55	4. 20	9,856.77	8. 98
V. 0.	0,530.94	3. 87	9,838.81	10. 33
2.	0,538.69	3. 57	9,818.14	11. 82
4.	0,545.82	3. 27	9,794.50	13. 46
6.	0,552.36	2. 99	9,767.57	15. 32
8.	0,558.34	2. 72	9,736.92	17. 45
10.	0,563.78	2. 46	9,702.02	19. 95
12.	0,568.70	2. 21	9,662.11	22. 95
14.	0,573.11	1. 96	9,616.20	26. 67
16.	0,577.03	1. 72	9,562.85	31. 44
18.	0,580.47	1. 49	9,499.96	37. 84
20.	0,583.44	1. 26	9,424.27	46. 99
22.	0,585.96	1. 03	9,330.30	61. 28
24.	0,588.02	0. 81	9,207.74	87. 12
26.	0,589.63	0. 58	9,033.50	149. 86
V. 28.	0,590.79	0. 36	8,733.78	—
VIs. 0°.	0,591.52	0. 14	b = 0	
		+		

Die Korrektion ist = aa tang Polhöhe + bb.

Länge der ⊙ Zeichen. Grade	log. a	Differenz für 1°	log. b	Differenz für 1°
		+		
VIs. 0°.	0,591.52	0. 14	b = 0	+
		—		
2.	0,591.80	0. 08	8,734.78	150. 36
4.	0,591.64	0. 31	9,035.51	87. 62
6.	0,591.03	0. 53	9,210.75	61. 78
8.	0,589.96	0. 76	9,334.31	47. 48
10.	0,588.44	0. 99	9,429.27	38. 34
12.	0,586.46	1. 23	9,505.95	31. 93
14.	0,584.00	1. 47	9,569.82	27. 16
16.	0,581.05	1. 72	9,624.14	23. 43
18.	0,577.60	1. 98	9,671.01	20. 43
20.	0,573.63	2. 25	9,711.87	17. 92
22.	0,569.13	2. 53	9,747.71	15. 78
24.	0,564.07	2. 82	9,779.28	13. 92
26.	0,558.44	3. 12	9,807.12	12. 27
VI. 28.	0,552.20	3. 43	9,831.66	10. 77
VII. 0.	0,545.34	3. 77	9,853.21	9. 40
2.	0,537.80	4. 11	9,872.02	8. 14
4.	0,529.58	4. 48	9,888.30	6. 94
6.	0,520.61	4. 88	9,902.18	5. 80
8.	0,510.86	5. 29	9,913.78	4. 70
10.	0,500.27	5. 74	9,923.17	3. 62
12.	0,488.80	6. 21	9,930.42	2. 57
14.	0,476.38	6. 72	9,935.56	1. 51
16.	0,462.93	7. 27	9,938.58	0. 45
18.	0,448.39	7. 87	9,939.48	+
				—
20.	0,432.64	8. 52	9,938.22	0. 63
22.	0,415.59	9. 24	9,934.75	1. 73
24.	0,397.12	10. 02	9,928.99	2. 88
26.	0,377.08	10. 89	9,920.84	4. 07
VII. 28.	0,355.31	11. 86	9,910.14	5. 35
VIIIs. 0°.	0,331.60	12. 94	9,896.74	6. 70
		—		8. 16
				—

X. Tafel.

Fortsetzung.

Die Korrektion ist = aa tang Polhöhe + bb. (VIIIs. 0° – IX. 0)

Die Korrektion ist = —(aa tang Polhöhe + bb) (IX. 0 – Xs. 0°)

Länge der ☉ Zeichen. Grade	log a	Differenz für 1°	log b	Differenz für 1°
VIIIs. 0°.	0,331.60	—	9,896.74	—
2.	0,305.71	12. 94	9,880.42	8. 16
4.	0,277.36	14. 18	9,860.91	9. 75
6.	0,246.18	15. 59	9,837.85	11. 53
8.	0,211.71	17. 23	9,810.82	13. 51
10.	0,173.38	19. 17	9,779.24	15. 79
		21. 48		18. 44
12.	0,130.41		9,742.36	
14.	0,081.78	24. 32	9,699.15	21. 60
16.	0,026.03	27. 87	9,648.17	25. 49
18.	9,961.05	32. 49	9,587.30	30. 43
20.	9,883.55	38. 75	9,513.28	37. 01
		47. 76		46. 33
22.	9,788.04		9,420.61	
24.	9,664.21	61. 92	9,298.99	60. 81
26.	9,488.94	87. 64	9,125.29	86. 85
VIII. 28.	9,188.43	150. 25	8,825.73	149. 78
IX. 0.	a = 0	—	b = 0	—
		+		+
2.	9,188.60	150. 34	8,825.90	149. 86
4.	9,489.28	87. 72	9,125.63	86. 93
6.	9,664.72	62. 00	9,299.50	60. 90
8.	9,788.73	47. 84	9,421.30	46. 42
10.	9,884.41	38. 83	9,514.14	37. 10
12.	9,962.08	32. 57	9,588.33	30. 51
14.	0,027.23	27. 96	9,649.36	25. 57
16.	0,083.14	24. 40	9,700.50	21. 69
18.	0,131.93	21. 56	9,743.88	18. 52
20.	0,175.06	19. 25	9,780.92	15. 87
22.	0,213.56	17. 31	9,812.66	13. 60
24.	0,248.18	15. 67	9,839.86	11. 60
26.	0,279.52	14. 25	9,863.07	9. 83
IX. 28.	0,308.03	13. 02	9,882.74	8. 23
Xs. 0°.	0,334.07	11. 93	9,899.21	6. 77
		+		+

Die Korrektion ist = —(aa tang Polhöhe + bb).

Länge der ☉ Zeichen. Grade	log a	Differenz für 1°	log b	Differenz für 1°
Xs. 0°.	0,334.07	+	9,899.21	+
2.	0,357.93	11. 93	9,912.76	6. 77
4.	0,379.84	10. 96	9,923.60	5. 42
6.	0,400.03	10. 09	9,931.90	4. 15
8.	0,418.64	9. 30	9,937.80	2. 95
10.	0,435.82	8. 59	9,941.40	1. 80
		7. 94		0. 70
12.	0,451.69		9,942.79	—
14.	0,466.37	7. 34	9,942.01	0. 39
16.	0,479.94	6. 78	9,939.11	1. 45
18.	0,492.48	6. 27	9,934.10	2. 51
20.	0,504.07	5. 79	9,926.97	3. 55
		5. 35		4. 64
22.	0,514.76		9,917.68	
24.	0,524.62	4. 93	9,906.19	5. 74
26.	0,533.69	4. 53	9,892.41	6. 89
X. 28.	0,542.01	4. 16	9,876.23	8. 09
XI. 0.	0,549.63	3. 81	9,857.50	9. 36
		3. 48		10. 73
2.	0,556.59		9,836.04	
4.	0,562.90	3. 16	9,811.58	12. 23
6.	0,568.61	2. 85	9,783.82	13. 88
8.	0,573.74	2. 56	9,752.32	15. 75
10.	0,578.31	2. 28	9,716.54	17. 89
		2. 01		20. 40
12.	0,582.33		9,675.75	
14.	0,585.84	1. 75	9,628.92	23. 41
16.	0,588.83	1. 50	9,574.65	27. 13
18.	0,591.34	1. 25	9,510.83	31. 91
20.	0,593.36	1. 01	9,434.19	38. 32
		0. 77		47. 47
22.	0,594.91	0. 54	9,339.25	
24.	0,595.99	0. 31	9,215.72	61. 76
26.	0,596.62	0. 09	9,040.49	87. 61
XI. 28.	0,596.80	+		150. 35
		—	8,739.78	—
XIIs. 0°.	0,596.52	0. 14	b = 0	

XI. Tafel.

Korrektion des Mittags aus korrespondirenden Sonnen-Höhen.

Halbe Zwischen Zeit	log a	Differenz für 1 Min.	log b	Differenz für 1 Min.
1ʰ. 0′.	0,587. 00	+	0,571. 95	—
5.	0,587. 87	0. 17	0,570. 16	0. 36
10.	0,588. 80	0. 19	0,568. 22	0. 39
15.	0,589. 81	0. 20	0,566. 13	0. 42
20.	0,590. 89	0. 22	0,563. 87	0. 45
25.	0,592. 03	0. 23	0,561. 45	0. 48
30.	0,593. 25	0. 24	0,558. 87	0. 52
35.	0,594. 54	0. 26	0,556. 11	0. 55
40.	0,595. 90	0. 27	0,553. 18	0. 59
45.	0,597. 33	0. 29	0,550. 06	0. 62
50.	0,598. 84	0. 30	0,546. 76	0. 66
1. 55.	0,600. 41	0. 31	0,543. 28	0. 70
		0. 33		0. 74
2. 0.	0,602. 06		0,539. 59	
5.	0,603. 78	0. 34	0,535. 70	0. 78
10.	0,605. 58	0. 36	0,531. 60	0. 82
15.	0,607. 44	0. 37	0,527. 29	0. 86
20.	0,609. 39	0. 39	0,522. 75	0. 91
25.	0,611. 40	0. 40	0,517. 98	0. 95
30.	0,613. 49	0. 42	0,512. 96	1. 00
35.	0,615. 66	0. 43	0,507. 69	1. 05
40.	0,617. 90	0. 45	0,502. 16	1. 11
45.	0,620. 22	0. 46	0,496. 34	1. 16
50.	0,622. 61	0. 48	0,490. 25	1. 22
2. 55.	0,625. 09	0. 50	0,483. 84	1. 28
		0. 51		1. 34
3. 0.	0,627. 64		0,477. 12	
5.	0,630. 26	0. 52	0,470. 06	1. 41
10.	0,632. 97	0. 54	0,462. 65	1. 48
15.	0,635. 76	0. 56	0,454. 87	1. 56
20.	0,638. 62	0. 57	0,446. 69	1. 64
25.	0,641. 57	0. 59	0,438. 09	1. 72
30.	0,644. 60	0. 61	0,429. 05	1. 81
35.	0,647. 71	0. 62	0,419. 53	1. 90
40.	0,650. 91	0. 64	0,409. 50	2. 01
45.	0,654. 18	0. 65	0,398. 92	2. 12
50.	0,657. 55	0. 67	0,387. 76	2. 23
3. 55.	0,661. 00	0. 69	0,375. 97	2. 36
4ʰ. 0′.	0,664. 53	0. 71	0,363. 50	2. 49
		+		—

Zu log a wird der Logarithme der Tangente der Polhöhe addirt.

XII. Tafel.

Wahre Zeit der Kulmination einiger Sterne.

Nach Altem Styl	Atair St. Min.	Markab St. Min.	α Widder St. Min.	Aldebaran St. Min.	Pollux St. Min.	Regulus St. Min.	Kornähre St. Min.	Antares St. Min.
1 Januar	0. 3,8 Ab.	3.17,6 Ab.	6.19,0 Ab.	8.47,4 Ab.	11.56,2 Ab.	2.20,6 M.	5.37,5 M.	8.40,2 M.
1 Februar	9.55,9 M.	1. 9,7 Ab.	4.11,0 —	6.39,6 —	9.48,3 —	0.12,8 M.	3.29,7 —	6.32,4 —
1 Märtz	8. 9,4 —	11.23,2 M.	2.24,5 —	4.53,0 —	8. 1,8 —	10.26,2 Ab.	1.43,1 M.	4.45,8 —
1 April	6.16,4 —	9.30,2 —	0.31,5 Ab.	2.59,7 —	6. 8,8 —	8.33,2 —	11.50,1 Ab.	2.52,8 —
1 May	4.22,6 —	7.36,4 —	10.37,7 M.	1. 6,3 Ab.	4.15,0 —	6.39,4 —	9.56,4 —	0.59,0 M.
1 Junius	2.16,8 —	5.30,7 —	8.32,0 —	11. 0,5 M.	2. 9,3 —	4.33,7 —	7.50,6 —	10.53,3 Ab.
1 Julius	0.12,8 M.	3.26,7 —	6.28,0 —	8.56,5 —	0. 5,3 Ab.	2.29,7 —	5.46,6 —	8.49,3 —
1 August	10.11,3 Ab.	1.25,1 M.	4.26,4 —	6.55,0 —	10. 3,7 M.	0.28,1 Ab.	3.45,1 —	6.47,8 —
1 September	8.17,8 —	11.31,6 Ab.	2.32,9 —	5. 1,5 —	8.10,2 —	10.34,7 M.	1.51,6 —	4.54,3 —
1 Oktober	6.29,1 —	9.43,0 —	0.44,2 M.	3.12,8 —	6.21,5 —	8.46,0 —	0. 2,9 Ab.	3. 5,6 —
1 November	4.28,8 —	7.42,6 —	10.43,9 Ab.	1.12,5 M.	4.21,2 —	6.45,6 —	10. 2,6 M.	1. 5,2 Ab.
1 Dezember	2.20,5 Ab.	5.34,3 Ab.	8.35,6 Ab.	11. 4,2 Ab.	2.12,9 M.	4.37,4 M.	7.54,3 M.	10.57,0 M.

XIII. Tafel.

Korrektion des Mond-Halbmessers.

Horizontal Halbmesser des Monds	Logarithme der Korrektion in Sekunden	Differenz für 1″
41′. 30″.	1, 128. 56.	+
= 40.	1, 138. 48.	0. 99.
14. 50.	1, 148. 30.	0. 98.
15. 0.	1, 158. 00.	0. 97.
= 10.	1, 167. 60.	0. 96.
= 20.	1, 177. 09.	0. 95.
= 30.	1, 186. 48.	0. 94.
= 40.	1, 195. 77.	0. 93.
15. 50.	1, 204. 97.	0. 92.
16. 0.	1, 214. 06.	0. 91.
= 10.	1, 223. 06.	0. 90.
= 20.	1, 231. 97.	0. 89.
= 30.	1, 240. 79.	0. 88.
= 40.	1, 249. 52.	0. 87.
16. 50.	1, 258. 16.	0. 86.
17′. 0″.	1, 266. 72.	0. 86.

Ende.

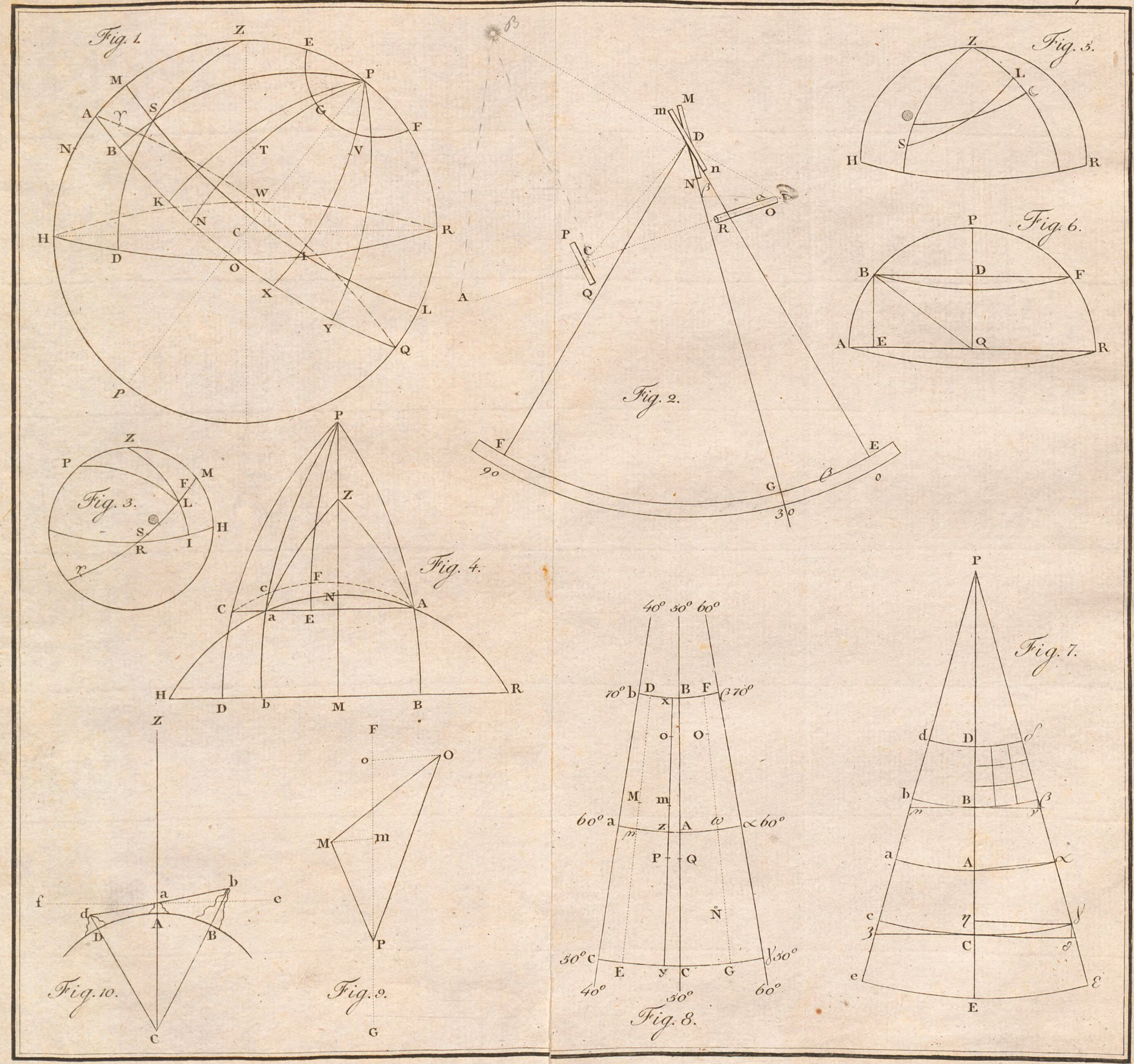
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.

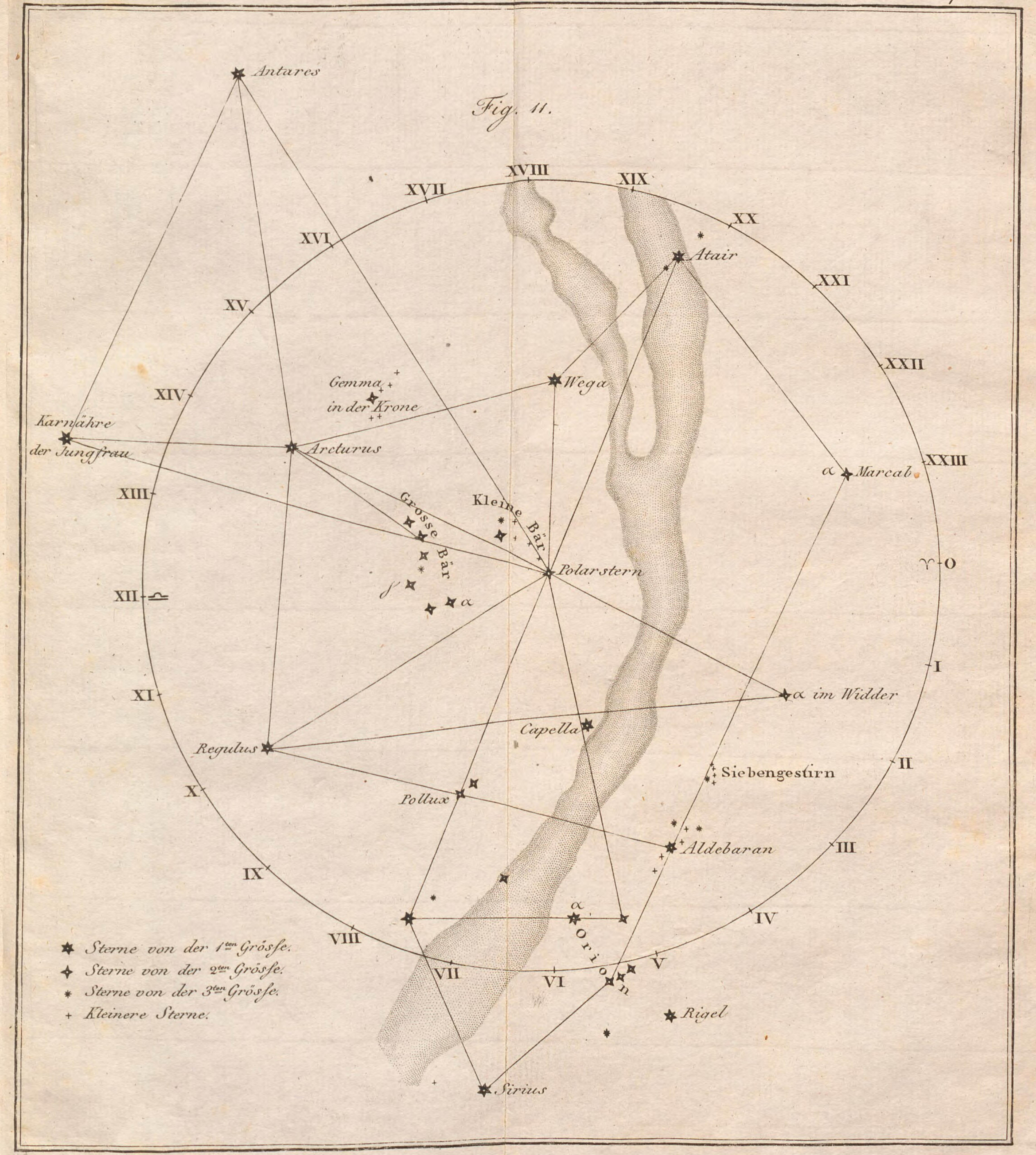
Fig. 11.
Antares
XVII
XVIII
XIX
XX
XVI
Atair
XXI
XV
Wega
XXII
Gemma in der Krone
XIV
Karnähre der Jungfrau
Arcturus
α Marcab
XXIII
XIII
Grosse Bär
Kleine Bär
Polarstern
♈ O
XII ♎
δ
α
I
XI
α im Widder
Capella
Regulus
II
Siebengestirn
X
Pollux
Aldebaran
III
IX
α
IV
VIII
Orion
V
VII
VI
Rigel
Sirius
Sterne von der 1ten Grösse.
Sterne von der 2ten Grösse.
Sterne von der 3ten Grösse.
Kleinere Sterne.

Inv. № 835.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schubert, Friedrich Theodor <<von>>,

Anleitung zu der astronomischen Bestimmung der Länge und Breite zum Gebrauche der Herren Offiziere vom General-Stabe, auf Befehl Sr. Kaiserl. Majestät entworfen

St. Petersburg 1818

4 Math.p. 411 b
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10054056-2